فصلنامه پژوهش‌های پولی-بانکی
سال نهم، شماره ۲۸، تابستان ۱۳۹۵
صفحات ۳۲۶-۲۹۹

ارزیابی کارایی نظام بانکی ایران با استفاده از رهیافت تحلیل پوششی بوت‌استرپ و الگوریتم اس‌دبلیو

جواد شهرکی [*]
محمد نبی‌شهیکی تاش [†]
مصطفی خواجه حسنی [‡]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۹/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۱۵

چکیده

در این مطالعه با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های بوت‌استرپ با ۱۰۰۰ بازنمونه‌گیری به ارزیابی کارایی ۲۵ بانک دولتی و خصوصی کشور در سال ۱۳۹۰ پرداخته و به وسیله الگوریتم اس‌دبلیو (SW)، مقادیر کارایی تورش اصلاح شده و فواصل اطمینان مرتبط با آن‌ها، با استفاده از رویکرد نهاده محور با فرض بازده ثابت و متغیر نسبت به مقیاس تخمین زده شد. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که ۳۲ درصد از بانک‌های مورد ارزیابی از لحاظ فنی با ظرفیتی کمتر از ۶۰ درصد فعالیت می‌کنند و در این راستا بانک‌هایی که از شبکه بانکی کشور سهم بالاتری از دارایی‌ها را در اختیار دارند به صورت نسبتاً کارآمدتری از لحاظ مقیاس و مدیریتی عمل می‌کنند. همچنین براساس نتایج این مطالعه، بانک‌های از بدو تأسیس خصوصی به طور میانگین کارآمدتر بوده و بانک‌های دولتی نیز بیشترین ناکارایی مدیریتی و مقیاس را به خود اختصاص داده‌اند.

واژه‌های کلیدی: صنعت بانک‌داری، تحلیل پوششی داده‌ها، باز نمونه‌گیری بوت‌استرپ، اصلاح تورش
طبقه‌بندی JEL: E50، G21

[*] دانشیار گروه علوم اقتصادی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان؛ j.shahraki@eco.usb.ac.ir (نویسنده مسئول)
[†] دانشیار گروه علوم اقتصادی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان؛ mohammad_tash@eco.usb.ac.ir
[‡] دانشجوی دکتری اقتصاد کشاورزی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان؛ mostafa.khajehhasani@yahoo.com

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

۱ مقدمه

صنعت بانکداری یکی از مهم‌ترین بخش‌های هر اقتصاد است و بانک‌ها به عنوان یکی از مهم‌ترین نهادهای مالی وظایف مهمی را در اقتصاد بر عهده دارند که شامل تجهیز سپرده‌ها، واسطه‌گری و تسهیل جریانات پرداختی، تخصیص اعتبارات و غیره است. به طوری که در کشورهای کمتر توسعه یافته و اقتصادهای در حال گذار که دارای بازارهای مالی توسعه یافته نیستند، بانک‌ها عموماً تنها نهادهایی هستند که قادر به واسطه‌گری مالی بوده و می‌توانند با ارائه روش‌های گوناگون اعتباری به کاهش ریسک سرمایه‌گذاری کمک کنند. در این کشورها بانک‌ها می‌توانند با فراهم آوردن سرمایه مالی برای بخش‌های اقتصادی شرایط مناسبی برای سرمایه‌گذاری فراهم آورده و باعث افزایش اشتغال و تولید ملی شوند. بانک‌ها حتی با تأمین اعتبار برای متخصصان می‌توانند باعث ایجاد فرصت‌های شغلی جدید و توزیع بهتر درآمد در سطح جامعه شوند. علاوه بر این بانک‌ها با نگهداری پول نقد و تسهیل در نقل و انتقال آن حافظ اموال شخصی، دولتی و مبادلات داخلی و خارجی هستند. بانک‌ها همچنین به عنوان عامل اجرای سیاست‌های پولی نقش مهمی در ثبات اقتصادی دارند. از این رو سلامت و کارایی نظام بانکی همیشه مورد توجه بوده است؛ زیرا به همان نسبتی که بانک‌های کارا و سالم می‌توانند مؤثر باشند، ناسالم بودن و عملکرد بد آن‌ها نیز می‌تواند باعث ایجاد بحران‌های مالی و اقتصادی شود (رضایی و همکاران، ۱۳۹۲). در کشور ما نیز به دلیل فقدان توسعه لازم بازار سرمایه این صنعت از اهمیت بسیاری برخوردار است. بدیهی است با کاراتر شدن بانک‌های کشور ضمن رسیدن به هدف کاهش بهای خدمات ارائه شده و جلوگیری از اتلاف منابع کمیاب می‌توان انتظار داشت که منافع ملی بیشتری تأمین شده و در سطح کلی زیان‌های ناشی از ناکارایی به حداقل برسد. با توجه به اهمیت موضوع این مطالعه به ارزیابی کارایی بانک‌های دولتی و خصوصی کشور به ترتیب زیر می‌پردازد. پس از مقدمه مختصر فوق در ادامه در بخش دوم ابتدا به بیان ادبیات تحقیق و مروری بر مهم‌ترین مطالعات انجام شده داخلی و خارجی پرداخته شده و سپس در بخش سوم، مبانی نظری و روش تحقیق بیان می‌شوند. بخش چهارم نیز به معرفی داده‌های تحقیق و شرح مختصری از وضعیت آن اختصاص دارد. در بخش پنجم یافته‌های به دست آمده از تخمین نمرات کارایی بیان می‌شود و این مطالعه با نتیجه‌گیری و بیان پیشنهادات در بخش شش به پایان می‌رسد.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

۲ پیشینه تحقیق

شرمن و گلد[1] (۱۹۸۵)، اولین مطالعه واحدهای بانکی به روش DEA را در مورد ۱۴ شعبه از بانک‌های پس‌انداز آمریکا انجام دادند و پس از آن مطالعات متعددی در خارج و داخل صورت گرفت که در ادامه به مهم‌ترین مطالعات اخیر صورت گرفته در این زمینه پرداخته می‌شود.

کومار میشرا[2] و همکاران (۲۰۱۳)، در مقاله‌ای با عنوان «آیا بانک‌های خصوصی از بانک‌های دولتی کاراتر هستند؟ ارزیابی بر اساس رویکرد CAMEL و DEA»، کارایی دوازده بانک از بانک‌های بخش خصوصی و دولتی هند را که در رأس بازار هستند، مورد مطالعه قرار دادند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که بر اساس رویکرد CAMEL در یک دوره دوازده ساله بانک‌هایی که در بالای لیست بخش خصوصی قرار دارند با عملکرد خود از نظر فعالیت کارا بهترین هستند و بانک‌های دولتی از نظر صحت اقتصادی پایین‌تر و عقب‌تر از سایرین قرار دارند. بر اساس رویکرد DEA نیز نتیجه گرفته شد که بانک‌های بخش خصوصی به صورت کاراتری فعالیت می‌کنند.

سنجوز[3] و همکاران (۲۰۱۴)، در تحقیق خود کارایی بانک‌داری اسپانیا را مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج مشخص شده از مدل دو مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌ها نشان می‌دهد که به طور کلی نه تنها سایر بانک‌های اسپانیایی از بانک‌های پس‌انداز[4] کارایی بیشتری ندارند بلکه بانک‌های پس‌انداز از لحاظ اجتماعی به صورت کاراتری نسبت به سایر بانک‌های اسپانیا فعالیت می‌نمایند.

ژاوو و کانگ[5] (۲۰۱۵)، در مطالعه خود با استفاده از رهیافت تحلیل پوششی داده‌های غیر شعاعی (ابر کارایی[6]) به ارزیابی کارایی ۱۸ بانک تجاری که شامل ۵ بانک دولتی و ۱۳ بانک سهامی[7] کشور چین پرداختند. آن‌ها نشان دادند که در بین بانک‌های دولتی بانک کشاورزی چین (ABC) نسبتاً بهترین و بانک چین (BOC) بدترین میزان کارایی را به

---

[1] Sherman & Gold

[2] Kumar Mishra

[3] San-Jose

[4] Savings bank

[5] Zhao & Kang

[6] Super-Efficiency

[7] Joint-stock bank

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

خود اختصاص داده‌اند. همچنین در بین بانک‌های سهامی بانک بیجینگ[1] نسبت به سایر بانک‌ها سهامی کاراترین بانک است.

هانگ[2] و همکاران (۲۰۱۵)، با کاربرد تابع فاصله جهت‌دار متافرانتیر[3] به مقایسه کارایی ۱۷ بانک مرکزی و شرق کشورهای اروپایی پرداختند. در این مطالعه وام‌های سررسید گذشته[4] (غیر جاری) به صورت محصول ناخواسته در نظر گرفته شد که به طور مشترک با سایر وام‌ها در نظر گرفته می‌شود. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که شکاف فناوری علت اصلی عدم کارایی محسوب می‌شود.

حقیقت و نصیری (۱۳۸۲)، با کاربرد رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها با فرض بازدهی ثابت و متغیر به مقیاس به بررسی کارایی سیستم بانکی ۱۷۲ بانک کشاورزی در منطقه چهار کشور یعنی استان‌های آذربایجان شرقی و غربی و اردبیل پرداختند. نتایج این تحقیق بیانگر آن است که میانگین کارایی فنی شعب بانک کشاورزی در منطقه چهار تحت فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس به ترتیب برابر ۰/۸۱ و ۰/۹۴ و همچنین میانگین کارایی مقیاس نیز ۰/۸۶ است.

ابراهیمی و اکبری و همکاران (۱۳۸۵)، با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی ۹ بانک‌ها دولتی استان اصفهان را مورد بررسی قرار دادند. بر اساس نتایج این تحقیق با فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس تنها سه بانک ملی و مسکن و توسعه صادرات کارا هستند.

دادگر و نیک‌نعمت (۱۳۸۶) در مطالعه خود با کاربرد مدل DEA به ارزیابی کارایی ۳۸ سرپرستی بانک تجارت در کشور پرداختند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد که سرپرستی‌های مناطق سه و چهار و پنج تهران کارا و سرپرستی‌های قم، زنجان، آذربایجان غربی و شرقی ناکارا می‌باشند. میانگین کارایی‌های سه سال این سرپرستی‌ها نیز به ترتیب ۷/۷۹، ۷۸ و ۴۷/۲ درصد است.

حمیدی و همکاران (۱۳۸۹)، در مطالعه خود به سنجش کارایی شعبه‌های بانک ملت پرداختند و در تحقیق خود از راهبرد ادغام به منظور به دست آوردن شعبه‌های کارا بهره بردند. بر این اساس نخست سیستم مفهومی ارزیابی کارایی شعبه‌های بانک تعریف شد و

---

[1] Beijing
[2] Huang
[3] Metafrontier Directional Distance Function
[4] Non-performing loans

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

سپس ورودی‌ها و خروجی‌ها با استفاده از برنامه عملیاتی بانک تعیین شدند. در مرحله بعدی آن‌ها کارایی شعبه‌های بانک ملت را با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها به صورت غیر شعاعی (SBM) مورد محاسبه قرار دادند. یافته‌های این مطالعه نشان می‌دهند که تعدادی شعب ناکارا در هر منطقه وجود دارند که از لحاظ فاصله و موقعیت جغرافیایی نمی‌توان آن‌ها را در شعبه دیگری ادغام نمود.

شجاع و همکاران (۱۳۸۹)، در مقاله خود به تحلیل عملکرد مدیریت ۵۰ شعبه منتخب بانک ملی با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند و با محاسبه شاخص ایده‌آل و ضد ایده‌آل مقادیر کارایی شعب منتخب را محاسبه نمودند.

کاشی و توسلی (۱۳۹۱)، در پژوهش خود با روش تابع مرزی تصادفی، کارایی فنی ۳۶ مدیریت ستادی شعب بانک کشاورزی را در طی سال‌های (۱۳۸۷-۱۳۸۵) با دو مدل متفاوت مورد مطالعه قرار دادند. نتایج به دست آمده از مطالعه آن‌ها نشان می‌دهد که میانگین کارایی فنی مدیریت ستادی شعب بانک کشاورزی در مدل یک ۵۷/۷۹ درصد و طبق مدل دو ۷۴/۹۷ درصد می‌باشد.

رضایی و علی‌کیانی (۱۳۹۲)، در مقاله خود با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها به اندازه‌گیری کارایی فنی، فنی خالص (مدیریتی) و مقیاس ورودی محور بانک‌های عضو بورس اوراق بهادار تهران در طی سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۸۵ پرداختند. آن‌ها برای انتخاب ورودی و خروجی نیز از رویکرد عملیاتی استفاده نمودند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که در سال‌های ۱۳۸۵، ۱۳۸۶ و ۱۳۹۰ بانک پارسیان کارای فنی سراسری بوده و در سال ۱۳۸۷ لغایت ۱۳۸۹ بانک کارآفرین کارای فنی سراسری بوده است.

۳ مبانی نظری و روش تحقیق

تا قبل از سال ۱۹۷۸ تحقیقات فراوانی برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده یک سیستم صورت گرفته بود. عمده این تحقیقات منجر به ایجاد روش‌های پارامتریک گردیدند. این روش‌ها اگرچه در برخی حالات خاص کارساز بودند ولی در حالت کلی دو مشکل عمده نظری و کاربردی، استفاده از آن‌ها در سطح گسترده را غیرممکن می‌ساخت. این دو مشکل عبارتند از:

الف- روش‌های پارامتریک برای حالت‌های یک یا چند ورودی و تنها یک خروجی مناسب هستند.

ب- محاسبه پارامترها و تعیین تابع پارامتریک در حالت کلی آسان نیست و نیاز به تصریح فرم تبعی خاص دارد.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

در سال ۱۹۵۷ فارل[1] طی مقاله‌ای روش اندازه‌گیری کارایی را بر مبنای تئوری‌های اقتصادی معرفی و کارایی بخش کشاورزی آمریکا را به روش غیر پارامتریک محاسبه نمود. فارل با استناد بر اصول پنج‌گانه، مجموعه‌ای به نام «مجموعه امکان تولید» ساخت و قسمتی از مرز آن را به عنوان تخمینی از تابع تولید در نظر گرفت. در روش فارل هر واحد تصمیم‌گیرنده‌ای که روی این مرز قرار گیرد کارا می‌باشد و در غیر این صورت ناکارا تلقی می‌گردد.

به دلیل مشکلات علمی در اندازه‌گیری و محدودیت‌هایی که در روش فارل (بازده ثابت نسبت به مقیاس) مطرح بود، این روش کاربرد عملی چندانی نیافت و سال‌ها مسکوت ماند، تا اینکه در سال ۱۹۷۸ چارنز، کوپر و رودس[2](CCR) با جامعیت بخشیدن به روش فارل، به گونه‌ای که خصوصیت فرآیند تولید با چند عامل تولید و محصول را در برگیرد، روش تحلیل پوششی داده‌ها[3] (DEA) را معرفی نمودند. در این روش برای تخمین تابع تولید به پیش‌فرض خاصی در مورد شکل تابع نیاز نبوده و کارایی یک بنگاه نسبت به کارایی سایر بنگاه‌ها اندازه‌گیری می‌شود. برای آشنایی با این روش، فرض کنید سیستم تحت ارزیابی شامل n واحد تصمیم‌گیری[4] $\left(DMU_1, DMU_2, ..., DMU_n\right)$ باشد که هر DMU_j ، m ورودی $X = \left(x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{mj}\right)$ را برای تولید s خروجی $Y = \left(y_{1j}, y_{2j}, ..., y_{sj}\right)$ مصرف می‌نماید. در این روش برای تخمین تابع تولید به پیش‌فرض خاصی در مورد شکل تابع نیاز نبوده و کارایی یک بنگاه (واحد تصمیم‌گیرنده) نسبت به کارایی سایر بنگاه‌ها اندازه‌گیری می‌شود. ولی متأسفانه در دنیای واقعی به علت استفاده از نمونه، قادر به محاسبه بیشترین میزان تولید شده از یک ورودی مشخص نیستیم؛ زیرا ما تنها یک نمونه از یک جامعه ناشناخته داشته و مرز کارای تولید جامعه، نامشخص خواهد بود. همان‌طور که در شکل‌های زیر نشان داده شده است، کارایی واحد A در شکل (۱) نسبت به شکل (۲) به طور محسوسی تغییر یافته است.

---

[1] Farrel

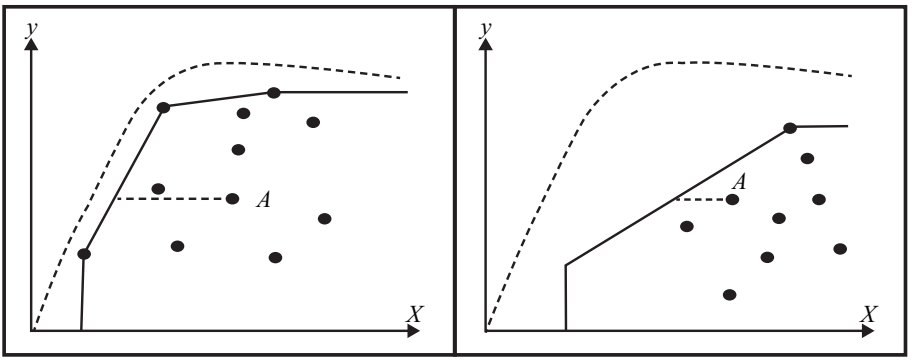
[2] Charnes, Cooper & Rhodes

[3] Data Envelopment Analisis

[4] Decision Making Units

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]



شکل ۱: نمونه اول *شکل ۲:* نمونه دوم

منبع: (بهادری و همکاران، ۱۳۹۲).

این تغییر در مقدار کارایی ناشی از طبیعت نا پارامتریک مدل DEA است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مرز DEA وابسته به نمونه بوده و به آن حساس می‌باشد، به طوری که با تغییر نمونه مرز قبلی فرو می‌پاشد. البته تمام ضعف این مدل به دلیل نا پارامتری بودن آن نیست، بلکه به اندازه نمونه نیز بستگی دارد. برای حل مشکل یاد شده، سیمار و ویلسون[۱] (۱۹۹۶)، روشی تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌های بوت‌استرپ[۲] را برای بررسی تغییرپذیری اندازه کارایی برای هر نمونه‌گیری، طراحی نمودند. در این روش از تکنیک بوت‌استرپ برای نشان دادن رتبه‌بندی و حساسیت مقادیر کارایی حاصل از روش تحلیل پوششی داده‌ها، نسبت به تغییرات ترکیب نمونه استفاده می‌شود. بوت‌استرپ یک تکنیک باز نمونه‌گیری[۳] است که توسط افرون و تیبشیرانی[۴] (۱۹۹۳) ارائه شده و برای تخمین خواص توزیع نمونه‌گیری یک تخمین‌زننده (وقتی به دست آوردن آن از طریق روش‌های دیگر مشکل باشد) به کار برده می‌شود. در ساده‌ترین شکل بوت‌استرپ انتخاب تصادفی هزاران نمونه ساختگی[۵] با استفاده از نمونه‌گیری ساده تصادفی همراه با جایگذاری از

[1] Simar & Wilson (SW)
[2] Bootstrap DEA approach
[3] Resampling
[4] Efron & Tibshirani
[5] Pseudo Sample

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

مجموعه داده‌های نمونه مشاهده شده (نمونه اصلی) است، که با استفاده از هر یک از نمونه‌های ساختگی یک تخمین ساختگی (مقدار کارایی ساختگی) را به دست می‌آوریم. این هزاران تخمین ساختگی، یک توزیع تجربی را برای تخمین‌زننده تشکیل می‌دهند و از آن به عنوان تخمینی از توزیع نمونه‌گیری جامعه اصلی استفاده می‌کنند. با توجه به آنچه که ذکر شد، در ادامه ابتدا به توضیح روند کلی تولید داده و بوت‌استرپ پرداخته و سپس در قسمت دوم این بخش به معرفی روش ارزیابی میزان کارایی، یعنی تحلیل پوششی داده‌ها پرداخته، و در نهایت این بخش با معرفی الگوریتم‌هایی برای تخمین روند تولید داده[1] (DGP) در قسمت سوم، پایان خواهد یافت.

۱.۳ روند کلی تولید داده (DGP) و بوت‌استرپ

فعالیت یک واحد تولیدی که با p نهاده $\left(x \in R_+^p\right)$ ، q ستانده $\left(y \in R_+^q\right)$ تولید می‌کند را می‌توان با مجموعه تولید[2] Ψ ، که شامل مجموعه امکان‌پذیر و فیزیکی (x,y) است، به صورت رابطه (۱) نشان داد.

$$\Psi = \left\{(x,y) \in R_+^{p+q} \mid x \to y\right\} \quad \text{نهاده x می‌تواند ستانده y تولید کند.} \qquad (۱)$$

این مجموعه را می‌توان به صورت دو بخش تشکیل‌دهنده آن که شامل مجموعه نهاده[3] و مجموعه ستانده[4] است، نشان داد؛ به طوری که مجموعه نهاده‌های تولید را برای $\forall y \in \Psi$ به صورت رابطه (۲) و همچنین مجموعه ستانده‌ها را برای $\forall x \in \Psi$ ، به وسیله رابطه (۳) نشان داد.

[1] Data Generation Process
[2] Production set
[3] Input set
[4] Output set

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$X(y)=\left\{X\in R_{+}^{p}\mid(x,y)\in\Psi\right\} \quad (۲)$$

$$Y(x)=\left\{Y\in R_{+}^{q}\mid(x,y)\in\Psi\right\} \quad (۳)$$

رابطه بین دو مجموعه (۲) و (۳) را می‌توان به وسیله مجموعه فروضی استاندارد ارائه شده توسط شفارد[1] (۱۹۷۰) که شامل فرض تحدب[2] $X(y)$ برای تمام yها ($Y(x)$ برای تمام xها) و فرض تصرف[3] نهاده‌ها و ستانده‌ها و ... هستند، توضیح داد. مرز کارای بیان شده توسط فارل را می‌توان به صورت زیرمجموعه‌ای از $X(y)$ و یا $Y(x)$، که به ترتیب با $\partial X(y)$ و $\partial Y(x)$ نشان داده می‌شوند، به صورت روابط (۴) و (۵) نشان داد.

$$\partial X(y)=\left\{x\mid x\in X(y),\theta x\notin X(y),\forall 0<\theta<1\right\} \quad (۴)$$

$$\partial Y(x)=\left\{y\mid y\in Y(x),\beta y\notin Y(x),\forall\beta>1\right\} \quad (۵)$$

روابطی که تا به حال بیان شدند، را می‌توان برای تعریف شاخص‌های محاسبه کارایی نهاده محور[4] و ستانده محور[5] برای بنگاه kام (x_k,y_k)، به صورت روابط (۶) و (۷) مورد استفاده قرار داد؛ در ادامه روش تحقیق تنها به توضیح مدل نهاده محور می‌پردازیم[6].

---

[1] Shephard
[2] Convexity
[3] Disposability
[4] Input Oriented
[5] Output Oriented
[6] به سادگی می‌توان مطالبی را که برای مدل نهاده محور توضیح داده شده است برای مدل ستانده محور نیز بازنویسی نمود.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$\theta_k = Min\{\theta \mid \theta x_k \in X(y_k)\} \quad (۶)$$

$$\beta_k = Min\{\beta \mid \beta y_k \in Y(x_k)\} \quad (۷)$$

در صورتی که $\theta_k = ۱$ باشد، بنگاه (x_k, y_k) به صورت کارآمد فعالیت می‌نماید. اما در صورتی که مقدار کارایی کوچک‌تر از یک باشد ($\theta_k < ۱$)، واحد این تولیدی (x_k, y_k) به صورت ناکارآمد فعالیت نموده و می‌تواند مقدار y_k را با مقادیر کمتری نهاده، تولید نماید. برای تعاریف بعدی بسیار مفید خواهد بود که سطح فعالیت کارای نهاده محور بنگاه kام را در سطح تولید y_k ، به صورت رابطه زیر تعریف نماییم.

$$X^{\partial}(x_k \mid y_k) = \theta x_k \quad (۸)$$

باید به این نکته توجه نمود که $X^{\partial}(x_k \mid y_k)$ محل نقطه تقاطع مرز کارا $\partial X(y)$ و شعاع θx_k بوده و برای محاسبه کارایی نهاده محور، نسبت فاصله شعاعی بنگاه (x_k, y_k) را به نقطه معادل آن بنگاه روی مرز کارای $\partial X(y)$ ($X^{\partial}(x_k \mid y_k)$) اندازه‌گیری می‌کنیم. با توجه به اینکه مجموعه تولید (Ψ) و در نتیجه مجموعه نهاده‌ها $(X(y))$ و مرز کارای تولید $(\partial X(y))$ جامعه ناشناخته هستند، بنابراین مقدار کارایی (θ_k) واحد تولید kام (x_k, y_k) نیز ناشناخته خواهد بود. فرض کنید که با روش تولید داده (DGP)، که با ρ نشان داده می‌شود، بتوانیم یک مجموعه نمونه تصادفی $\chi = \{(x_i, y_i) \mid i = ۱,۲,..,n\}$ ساخته و با استفاده از آن به وسیله روش M ، برآوردی از مجموعه‌های مورد نظر، به شکل $\hat{\Psi}$ ، $\hat{X}(y)$ و $\hat{\partial X}(y)$ ، به دست آوریم. بنابراین ما می‌توانیم که کارایی واحد تولیدی (x_k, y_k) را به وسیله رابطه زیر تخمین بزنیم.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$\hat{\theta}_k = Min\left\{\theta \mid \theta x_k \in \partial\hat{X}\left(y_k\right)\right\} \quad (۹)$$

باید توجه کرد که خواص نمونه‌ای[1] $\hat{\Psi}$ ، $\hat{X}(y)$ ، $\partial\hat{X}(y)$ و به تبع آن $\hat{\theta}_k$ تماماً بستگی به روش تولید داده ρ که روشی ناشناخته است، دارند. علاوه بر این حتی اگر ρ مشخص بود، به دست آوردن آن‌ها به روش M بسیار مشکل می‌باشد؛ به خصوص هنگامی که M روشی نا پارامتریک است. در شرایطی مانند شرایط ما که مشخص کردن جزئی و تحلیلی خواص نمونه‌ای تخمین‌زن‌ها بسیار مشکل و یا غیرممکن است، روش بوت‌استرپ ممکن است که مناسب‌ترین و کاربردی‌ترین روش تخمین و تحلیل آن باشد. فرض کنید که ما با روش تولید داده ρ آشنایی داشته و می‌توانیم به وسیله نمونه اصلی (χ)، به یک تخمین قابل قبولی از آن مانند $\hat{\rho}$ ، دست یافته و از $\hat{\rho}$ برای تولید مجموعه داده $\chi^* = \left\{\left(x_i^*, y_i^*\right) \mid i = ۱,۲,..,n\right\}$ استفاده کنیم. از این نمونه ساختگی، با روش M ، می‌توان مجموعه‌های $\hat{\Psi}^*$ ، $\hat{X}^*(y)$ ، $\partial\hat{X}^*\left(y_k\right)$ متناظر با نمونه ساختگی χ^* را تعریف کرده و در نتیجه مقدار کارایی $\hat{\theta}_k^*$ بنگاه تحت بررسی kام[2] $\left(x_k, y_k\right)$ را به صورت رابطه (۱۰) به دست آورد.

$$\hat{\theta}_k^* = Min\left\{\theta \mid \theta x_k \in \partial\hat{X}^*\left(y_k\right)\right\} \quad (۱۰)$$

باید توجه داشت که تنها در شرایطی می‌توان از نمونه اصلی χ ، توزیع نمونه‌ای تخمین‌زن‌های $\hat{\Psi}^*$ ، $\hat{X}^*(y)$ و $\partial\hat{X}^*\left(y_k\right)$ را به طور کامل شناخت، که $\hat{\rho}$ شناخته شده باشد؛ در این صورت نیز ممکن است که محاسبه تحلیلی آن‌ها مشکل باشد. اما با روش مونت‌کارلو به راحتی می‌توان، تقریبی از توزیع‌های نمونه‌ای به دست آورد. به وسیله

---

[1] Sampling Properties.

[2] در این قسمت مانند مرحله چهارم الگوریتم SW عمل می‌شود. همانطور که در قسمت سوم روش تحقیق خواهید دید، در مرحله چهارم الگوریتم LT ما باید مقدار کارایی ساختگی بنگاه ساختگی $\left(x_k^*, y_k^*\right)$ را برای مشخص کردن خواص توزیع $\left\{\hat{\theta}_{k,b}^*\right\}_{b=۱}^{B}$ مورد استفاده قرار دهیم.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$\hat{\rho}$ ، تعداد B نمونه ساختگی $\chi_b^*\left(b=1,2,...,B\right)$ ، را تولید کرده و سپس به وسیله روش M ، برای هر کدام از نمونه‌های ساختگی، تخمین‌های ساختگی $\hat{\Psi}_b^*$ ، $\overline{X}^*(y)_b$ ، $\overline{\partial X}^*(y)_b$ $\left(b=1,2,...,B\right)$ را مشخص کرده و در نهایت برای هر واحد تحت بررسی $\left(x_k, y_k\right)$ مقادیر کارایی $\left\{\hat{\theta}_{k,b}^*\right\}_{b=1}^B$ را محاسبه می‌نماییم. تابع چگالی تجربی $\left\{\hat{\theta}_{k,b}^*\right\}_{b=1}^B$ ، تقریب مونت‌کارلو از توزیع $\hat{\theta}_k^*$ ، به شرط $\hat{\rho}$ است. روش بوت‌استرپ بر این ایده استوار است که در صورتی که $\hat{\rho}$ تقریب قابل قبولی از ρ باشد، توزیع شناخته شده بوت‌استرپ خواهد توانست که توزیع نمونه‌ای تخمین‌زن‌هایی از $\partial X(y), X(y), \Psi$ و θ_k ، که ناشناخته و مورد علاقه ما هستند را شبیه‌سازی کند. پس برای اندازه‌گیری مقدار کارایی θ_k بنگاه $\left(x_k, y_k\right)$ باید رابطه (۱۱) برقرار باشد.

$$\left(\hat{\theta}_k^* - \hat{\theta}_k\right) | \hat{\rho} \square \left(\hat{\theta}_k - \theta_k\right) | \rho \qquad (۱۱)$$

در این رابطه θ_k ، $\hat{\theta}_k$ و $\hat{\theta}_k^*$ به وسیله روابط به ترتیب (۶)، (۹) و (۱۰) تعریف می‌شوند. برای توضیح بیشتر در مورد رابطه فوق باید گفت که در صورتی رابطه فوق معتبر و صحیح خواهد بود که $\hat{\rho}$ تخمینی سازگار از ρ باشد. با توجه به رابطه (۱۱) می‌توانیم میزان تورش $\hat{\theta}_k$ را از تخمین‌زن اصلی جامعه θ_k را به صورت رابطه (۱۲)، به دست آوریم.

$$bias_{\rho,k} = E\left(\hat{\theta}_k\right) - \theta_k \qquad (۱۲)$$

معادل رابطه فوق در فضای بوت‌استرپ را می‌توان به صورت رابطه زیر بیان نمود.

$$bias_{\hat{\rho},k} = E\left(\hat{\theta}_k^*\right) - \hat{\theta}_k \qquad (۱۳)$$

مقدار مورد انتظار برای $\hat{\theta}_k^*$ را می‌توان با تقریب مونت‌کارلو آن به شکل رابطه زیر جایگزین کرد.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$E\left(\hat{\theta}_k^*\right)=\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}_{k,b}^*=\bar{\theta}_k^* \tag{۱۴}$$

بنابراین

$$bias_k=\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}_{k,b}^*-\hat{\theta}_k=\bar{\theta}_k^*-\hat{\theta}_k \tag{۱۵}$$

با توجه به رابطه (۱۱) می‌توان برآوردی از (۱۲) را با استفاده از (۱۵) به دست آورد. بنابراین

$$bias_{\rho,k}\approx\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}_{k,b}^*-\hat{\theta}_k=\bar{\theta}_k^*-\hat{\theta}_k \tag{۱۶}$$

با اصلاح مقدار تورش از برآوردگر اصلی $\left(\hat{\theta}_k\right)$، برآوردگر اریب-اصلاح شده به صورت رابطه (۱۷) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}_k&=\hat{\theta}_k-bias_{\rho,k}\approx\hat{\theta}_k-\left(\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}_{k,b}^*-\hat{\theta}_k\right)\\ \tilde{\theta}_k&\approx 2\hat{\theta}_k-\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\hat{\theta}_{k,b}^*\\ \tilde{\theta}_k&\approx 2\hat{\theta}_k-\bar{\theta}_k^*\end{aligned} \tag{۱۷}$$

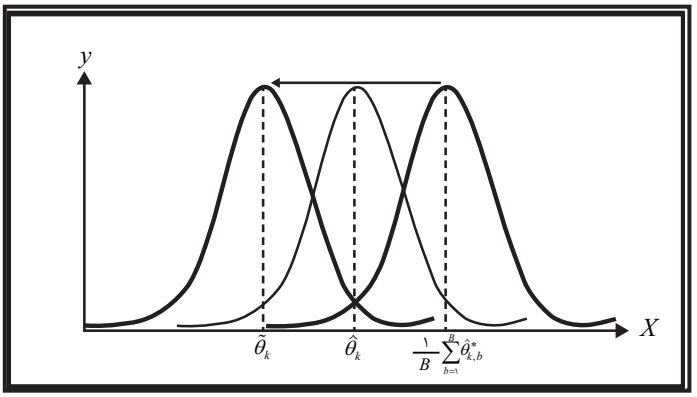
عبارت برآوردگر اریب-اصلاح شده را از این جهت به کار می‌گیریم که مقدار تورش به دست آمده برای این برآوردگر مقدار دقیق آن نیست؛ بلکه یک مقدار تقریبی از آن است. از این رو مقدار تورش برآوردگر از بین نمی‌رود و تنها اصلاح می‌شود. انحراف معیار برآوردگر $\hat{\theta}_k^*$ نیز به صورت رابطه (۱۸) نشان داده می‌شود.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$se_{boot,k} = \left\{ \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^{B} \left(\hat{\theta}_{k,b}^{*} - \bar{\theta}_{k}^{*} \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad (18)$$

در پایان این قسمت، پس از اصلاح تورش، فاصله اطمینان θ_k را تعیین کرده و تابع توزیع تجربی $\hat{\theta}_{k,b}^{*}$ ، $(b=1,2,...,B)$، ارائه خواهد شد. ما به یک تابع توزیع چگالی تجربی اصلاح شده به مرکزیت تخمین‌زن تورش اصلاح شده ($\tilde{\theta}_k$) از θ_k نیاز داریم؛ بنابراین تابع چگالی تجربی $\hat{\theta}_{k,b}^{*}$ باید به اندازه $2bias_k$ به سمت چپ منتقل می‌کنیم. همان‌طور که شکل زیر نشان می‌دهد، دلیل آن این است که در صورتی که به اندازه $1bias_k$ به سمت چپ منتقل شود، تابع چگالی تجربی به مرکزیت $\hat{\theta}_k$ خواهد بود تا $\tilde{\theta}_k$.



شکل ۳. اصلاح اریبی تابع توزیع. منبع: بهادری و همکاران، ۱۳۹۲.

بنابراین می‌توان تابع چگالی تجربی $\hat{\theta}_{k,b}^{*}$ و سپس فاصله اطمینان θ_k را با سطح پوشش $(1-2\alpha)$ به وسیله رابطه را به صورت رابطه به ترتیب (۱۹) و (۲۰) نشان داد.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$\tilde{\theta}^{*}_{k,b} = \hat{\theta}^{*}_{k,b} - ۲\widehat{bias}_{k} \quad (۱۹)$$

$$\left(\hat{\theta}_{k,low}, \hat{\theta}_{k,up}\right) = \left(\tilde{\theta}^{*(\alpha)}_{k}, \tilde{\theta}^{*(۱-\alpha)}_{k}\right) \quad (۲۰)$$

در رابطه فوق $\tilde{\theta}^{*(\alpha)}_{k}$ نشان‌دهنده αth.۱۰۰ درصد از تابع چگالی تجربی $\tilde{\theta}^{*}_{k,b}$ $\left(b = ۱,۲,...,B\right)$ است. در صورتی که تابع چگالی تجربی $\tilde{\theta}^{*(\alpha)}_{k}$ نامتوازن باشد، ممکن است ترجیح داده شود که میانه به عنوان مرکزیت توزیع $\tilde{\theta}_{k}$ انتخاب شود. سؤالی که در این قسمت پاسخ داده نشد آن است که چگونه باید $\hat{\rho}$ انتخاب شود. از آنجایی که پاسخ به این سؤال به روش تخمین M بستگی دارد، در قسمت دوم توضیحی مختصر راجع به روش تحلیل پوششی داده‌ها (روش M) ارائه شده و پس از آن در قسمت سوم به انواع الگوریتم‌های انتخاب $\hat{\rho}$ خواهیم پرداخت.

۲.۳ تحلیل پوششی داده‌ها

رهیافت تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی واحد تصمیم‌ساز $\left(x_i, y_i\right)$، را بر اساس تعیین مجموعه تولید حاصل از نمونه $\chi = \left(\left(x_i, y_i\right), i = ۱,۲,..n\right)$، اندازه‌گیری کرده و شکل کلی آن به صورت رابطه (۲۱) نشان داده می‌شود.

$$\hat{\Psi}_{DEA} = \left\{\left(x_i, y_i\right) \in R^{p+q} \mid y_i \le Yz, x_i \ge Xz, \sum_{i=۱}^{n} z_i = ۱, z \ge ۰, i = ۱,۲,..,n\right\} \quad (۲۱)$$

با توجه به رابطه فوق مجموعه نهاده برای سطح تولید y به صورت رابطه زیر تخمین زده می‌شود.

$$\widehat{X}\left(y\right) = \left\{x \in R^{p}_{+} \mid \left(x, y\right) \in \hat{\Psi}_{DEA}\right\} \quad (۲۲)$$

مرز کارای نهاده محور تخمین زده مربوط به مجموعه نهاده فوق، در سطح تولید ستانده **y**، با $\partial\widehat{X}\left(y\right)$ نشان داده می‌شود؛ این مرز زیرمجموعه‌ای از $\widehat{X}\left(y\right)$ و از تعریف $\hat{\Psi}_{DEA}$ به دست می‌آید. با توجه به تعاریف فوق، برای هر واحد تصمیم‌گیرنده $\left(x_i, y_i\right)$،

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

مقدار کارایی تخمین زده شده ($\hat{\theta}_i$) واحد تصمیم‌ساز iام را با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس، می‌توان با حل رابطه (۲۳) به وسیله برنامه‌ریزی خطی محاسبه نمود.

$$\hat{\theta}_i = \min\left\{\theta \mid y_i \le Yz, \theta x_i \ge Xz, \sum_{i=1}^{n} z_i = 1, z > 0, 0 \le \theta_i \le 1, i = 1,2,..,n\right\} \quad (۲۳)$$

در حقیقت، برای تخمین میزان کارایی بنگاه iام ($\hat{\theta}_i$)، نسبت فاصله شعاعی بین نقاط محل فعالیت واحد تصمیم‌گیرنده (x_i, y_i) و نقطه معادل آن روی مرز کارای تولید نهاده محور $(\hat{x}^{\partial}(x_i \mid y_i), y_i)$ ، به صورت رابطه فوق، محاسبه می‌شود. در این رابطه $\hat{x}^{\partial}(x_i \mid y_i)$ سطحی از نهاده مصرفی است که واحد تصمیم‌ساز با سطح تولید مشخص y_i ، برای تولید کارآمد باید به آن دست یابد (با حرکت از x_i به $\hat{x}^{\partial}(x_i \mid y_i)$ در طول شعاع θx_i).

$$\hat{x}^{\partial}(x_i \mid y_i) = \hat{\theta}_i x_i \quad (۲۴)$$

۳.۳ تخمین‌زن تحلیل پوششی داده‌های بوت‌استرپ

روش بوت‌استرپ یک روش بازنمونه‌گیری آماری است، که کارآمدی آن برای انجام استنباط آماری در مسائل پیچیده ثابت شده است. مهم‌ترین مرحله در کاربرد روش بوت‌استرپ، مشخص کردن صحیح روش ρ و یا روند تولید داده (DGP)، از داده‌های نمونه‌گیری شده از جامعه است. ایده اصلی روش بوت‌استرپ، برآورد توزیع نمونه‌ای تخمین‌زن به وسیله استفاده از توزیع تجربی تخمین‌هایی است که از بازنمونه‌گیری به دست آمده‌اند. الگوریتم‌های تحلیل پوششی داده‌های بوت‌استرپ به وسیله سیمار و ویلسون (۱۹۹۷b) (SW) و لوسگرن و تامبور[1] (۱۹۹۷) (LT)، بر پایه مدلی یکسان از روند تولید داده‌ها (DGP) است و فرض شده است که برای تولید داده، در سطح مشخصی از ستانده‌ها، میزان نهاده برای ساخت نمونه ساختگی، از انحرافات شعاعی تصادفی از منحنی همسان

[1] Lothgren & Tambour (LT)

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

مجموعه نهاده به دست می‌آید. هر نهاده در نمونه مشاهده شده نهاده-ستانده $\chi=\left(\left(x_i,y_i\right),i=۱,۲,..n\right)$ به صورت رابطه (۲۵) نشان داده می‌شود.

$$\left(x_i,y_i\right)=\left(\frac{x^{\partial}\left(x_i\mid y_i\right)}{\theta_i},y_i\right) \qquad (۲۵)$$

در رابطه فوق $x^{\partial}\left(x_i\mid y_i\right)\in\partial X\left(y_i\right)$ یک نقطه مشاهده نشده (روی مرز کارای ساخته شده) معادل شعاعی بنگاه $\left(x_i,y_i\right)$، بر روی مرز کارا $\partial X\left(y\right)$ است، که برای محاسبه کارایی مکان هندسی بنگاه را با آن نقطه مقایسه می‌کنند. مفروض است که مقادیر کارایی حقیقی از یک توزیع مشابه، مانند $\theta_i \square F_\theta, i=۱,۲,\ldots,n$ گرفته شده‌اند؛ با توجه به این نکته، می‌توان بیان کرد که مدل روند تولید داده (DGP)، ایده‌ای مشروط بر نسبت‌های ستانده‌ها و نهاده‌هاست و عناصر تصادفی روند تولید را می‌توان به طور کامل با شاخص کارایی نهاده محور تصادفی، نشان داد. ایده اصلی شبیه‌سازی بوت‌استرپ تقلید روند تولید داده‌ها است. الگوریتم‌های بوت‌استرپ LT و SW در هر بازنمونه به صورت زیر هستند: مشروط بر نسبت‌های نهاده‌ها و ستانده‌های مشاهده شده، داده‌ها بازنمونه در دو گام تولید می‌شوند. در گام اول منحنی مرزی نهاده را با استفاده از نمونه مشاهده شده تخمین زده می‌شود؛ سپس با استفاده از مرز نهاده‌ها و مقادیر کارایی ساختگی گرفته شده از برخی تخمین‌های توزیع F_θ، مقادیر نهاده‌های ساختگی بوت‌استرپ به وسیله تکرار DGP معرفی شده در رابطه (۲۵)، تولید می‌شوند. این گام در الگوریتم ارائه شده توسط LT بر مبنای یک بازنمونه‌گیری ساده از توزیع تجربی مقادیر کارایی تخمین زده شده که در تولید کارایی‌های ساختگی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، بنا شده است. برخلاف روش LT، الگوریتم SW در گام نخست، از فرایند بازنمونه‌گیری هموار شده استفاده کرده و این الگوریتم بر پایه استدلال سازگاری بنا شده است. در گام دوم، تخمین کارایی بوت‌استرپ به وسیله محاسبه فاصله شعاعی مرز کارای تولید شده به وسیله نمونه ساختگی، از نهاده ساختگی (در الگوریتم LT) و یا مقادیر نهاده اصلی (در الگوریتم SW) انجام می‌شود. در قسمت بعد به شرح الگوریتم‌های LT و SW و تفاوت‌های آن‌ها می‌پردازیم.

۱.۳.۳ الگوریتم LT

مراحل الگوریتم بوت‌استرپ ارائه شده توسط LT به صورت زیر است.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

۱. با استفاده از مقادیر کارایی تخمین زده شده اصلی $\left\{\hat{\theta}_i, i = ۱,۲,...,n\right\}$، بردارهای نهاده-ستانده را به صورت رابطه (۲۶) تبدیل می‌کنیم.

$$\left(\hat{x}^{\partial}\left(x_i \mid y_i\right), y_i\right) = \left(x_i.\hat{\theta}_i, y_i\right) \quad (۲۶)$$

۲. از n کارایی فنی مجموعه تخمین زده شده $\left\{\hat{\theta}_{in}\right\}$، به صورت مستقل و همراه با جایگذاری، بازنمونه‌گیری انجام می‌دهیم. کارایی‌های به دست آمده از بازنمونه‌گیری با $\delta_i^*, i = ۱,۲,...,n$ نشان داده می‌شوند.

۳. داده‌های ساختگی بوت‌استرپ به صورت رابطه (۲۷) تولید می‌شوند.

$$\left(x_i^*, y_i^*\right) = \left(\frac{\hat{x}^{\partial}\left(x_i \mid y_i\right)}{\delta_i^*}, y_i\right) \quad (۲۷)$$

۴. تخمین زدن مقادیر کارایی بوت‌استرپ با استفاده از داده‌های ساختگی به وسیله حل مدل (۲۸) با برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید.

$$\hat{\theta}_{i,b}^{LT*} = \min_{\theta,z}\left\{\theta \mid y_i \le Yz, \theta x_i^* \ge X^* z, \sum_{i=۱}^{n} z_i = ۱, z > ۰\right\} \quad (۲۸)$$

۵. مراحل دوم تا چهارم این الگوریتم را برای ساخت یک مجموعه B تایی کارایی بوت‌استرپ $\left(\hat{\theta}_{i,b}^{LT*}, b = ۱,...,B\right)$ بنگاه مورد نظر، B بار تکرار می‌کنیم.

در این الگوریتم مرز تخمین خورده بوت‌استرپ و مقادیر کارایی بوت‌استرپ، بر اساس بازنمونه‌گیری مقادیر کارایی فنی به دست آمده از توزیع تجربی مقادیر کارایی به دست آمده از نمونه اصلی، بازنمونه‌گیری می‌شوند. علاوه بر این، تکرارهای بوت‌استرپ کارایی بر اساس داده‌های بازنمونه‌گیری شده به همان ترتیبی که تخمین‌های اصلی بر اساس داده‌های اصلی هستند، می‌باشند.

۲.۳.۳ الگوریتم SW

الگوریتمی که سیمار و ویلسون (SW) معرفی کردند، در مراحل دوم و چهارم از الگوریتم لوسگرن و تامبور متفاوت است. در مرحله دوم فرایند هموارسازی، بر اساس یک

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

هموارسازی هسته توزیع تجربی مقادیر اصلی کارایی تخمین زده شده، برای تولید یک بازنمونه هموارشده مقادیر کارایی ساختگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. استفاده از روند هموارسازی بر اساس اصلاح بازتابی تابع چگالی هسته گوسی[1] تخمین که توسط سیلورمن[2] (۱۹۸۶) بحث شده است، می‌باشد. این روند به صورت جزئی توسط سیمار و ویلسون بحث شده است، که در اینجا به صورت اختصار و تنها به مفاهیم اساسی آن پرداخته می‌شود. در نظر بگیرید که δ_i^* یک بازنمونه ناهموار گرفته شده به صورت مستقل با جایگذاری از توزیع تجربی تخمین‌های مقادیر اصلی کارایی فنی $\left\{\hat{\theta}_{in}\right\}$ است، روند هموارسازی در دو گام شکل می‌گیرد. اول یک اخلال کوچک به δ_i^* اضافه شده و سپس تصحیح در توالی بازنمونه برداری اعمال می‌شود.

ابتدا یک اخلال کوچک به مقدار $h\varepsilon_i^*$ که در آن h نشان‌دهنده پهنای باند[3] و ε_i^*، از یک توزیع نرمال استاندارد مستقل و یکسان (i.i.d) گرفته شده است، برای تولید کارایی ساختگی هموارشده $\tilde{\delta}_i^*$، به δ_i^* اضافه می‌شود. با توجه به این واقعیت که مقادیر کارایی در فاصله واحد محدود شده‌اند (مقادیر کارایی نهاده محور حاصل از تحلیل پوششی داده‌ها) روند بازتابی به صورت رابطه (۲۹)، در تولید $\tilde{\delta}_i^*$ استفاده شده است.

$$\tilde{\delta}_i^* = \begin{cases} \delta_i^* + h\varepsilon_i^*, if\left(\delta_i^* + h\varepsilon_i^*\right) \le ۱ \\ ۲ - (\delta_i^* + h\varepsilon_i^*), otherwise. \end{cases} \qquad (۲۹)$$

در صورتی که مشخص شود که $\delta_i^* + h\varepsilon_i^* > ۱$، $\tilde{\delta}_i^*$ به تصویری متقارن از بازتاب $\delta_i^* + h\varepsilon_i^*$ در نقطه مرزی تغییر می‌کند ($\tilde{\delta}_i^* = ۲ - (\delta_i^* + h\varepsilon_i^*)$). یکی از مهم‌ترین مسائل در استفاده از روند هموارسازی انتخاب پارامتر پهنای باند است (h). همان‌طور که سیلورمن (۱۹۸۶)، در مطالعه خود نشان داده است، چندین رهیافت برای انتخاب پهنای باند (h) وجود دارد. لوسگرن (۱۹۸۸) در مطالعه خود به وسیله شبیه‌سازی مونت‌کارلو

---

[1] Gaussian
[2] Silverman
[3] Bandwidth

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

نشان می‌دهد، که می‌توان با استفاده از یک قانون انتخاب پهنای باند خودکار و قوی برای یک متغیر که به وسیله سیلورمن (۱۹۸۶) ارائه شده است، مقدار h را به صورت رابطه (۳۰) محاسبه نمود.

$$h = ۰.۹۰ n^{-\frac{۱}{۵}} \min\left\{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}, \frac{R_{۱۳}}{۱.۳۴}\right\} \qquad (۳۰)$$

در رابطه فوق $\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}$ نشان‌دهنده تخمین انحراف معیار داخلی مقادیر کارایی تخمین‌زده شده $\left\{\hat{\theta}_{in}\right\}$ و $R_{۱۲}$ دامنه میان چارکی توزیع تجربی $\left\{\hat{\theta}_{in}\right\}$ است. پس از طی کردن مراحل فوق، مقادیر کارایی بازنمونه‌گیری هموارشده (γ_i^*)، به وسیله تصحیح $\tilde{\delta}_i^*$، به صورت رابطه (۳۱) به دست می‌آیند.

$$\gamma_i^* = \frac{\overline{\delta}_i^* + \left(\tilde{\delta}_i^* - \overline{\delta}_i^*\right)}{\frac{\sqrt{۱+h^۲}}{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}}^۲}} \qquad (۳۱)$$

در رابطه (۳۱) $\overline{\delta}_i^* = \sum_{i=۱}^{n} \frac{\delta_i^*}{n}$ میانگین بازنمونه‌گیری مقادیر کارایی‌های اصلی است. دومین تفاوت بنیادین بین دو الگوریتم ارائه شده توسط LW و SW در مرحله چهارم است. در الگوریتم SW مقادیر تخمین زده شده کارایی نهاده محور بوت‌استرپ iامین بنگاه تولیدی، با توجه به نسبت فاصله شعاعی (در سطح تولید ثابت) مقدار نهاده مصرفی iامین بنگاه، که از داده‌های اصلی حاصل شده است، بر نقطه مرتبط آن که بر روی منحنی همسان تولید ساختگی بوت‌استرپ حاصل می‌شود، به دست می‌آید؛ و این برخلاف الگوریتم LT که در آن از نسبت داده‌های ساختگی به مرز ساختگی بوت‌استرپ، مقادیر کارایی ساختگی حاصل می‌شوند، است. به طور خلاصه الگوریتم SW را می‌توان به صورت مراحل زیر شرح داد.

۱. بردارهای نهاده-ستانده که در محاسبه مقادیر کارایی اصلی (محاسبه شده از نمونه اصلی) $\left\{\hat{\theta}_i, i = ۱, ۲, \ldots, n\right\}$ به صورت رابطه (۳۲) تبدیل می‌کنیم.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

$$\left(\hat{x}^{\partial}\left(x_i, y_i\right), y_i\right) = \left(x_i.\hat{\theta}_i, y_i\right) \quad (۳۲)$$

۲. در این مرحله به صورت زیر، مقادیر بازنمونه‌گیری هموارشده کارایی (γ_i^*) ساخته می‌شوند.

۱. با استفاده از رابطه (۳۰) از مجموعه مقادیر کارایی‌های تخمین زده شده، برای مشخص کردن مقدار پهنای باند (h)، استفاده می‌شود.

۲. مقادیر $\left\{\delta_i^*\right\}$ به وسیله بازنمونه‌گیری همراه با جایگذاری از توزیع تجربی تخمین زده شده مقادیر کارایی $\left\{\hat{\theta}_{in}\right\}$ تولید می‌شوند.

۳. به وسیله رابطه (۲۹) رشته‌ای از $\left\{\tilde{\delta}_i^*\right\}$ تولید می‌شوند.

۴. به وسیله رابطه (۳۱) مقادیر ساختگی کارایی هموار شده تولید می‌شوند.

۳. داده‌های ساختگی بوت‌استرپ به صورت رابطه (۳۳) تولید می‌شوند.

$$\left(x_i^*, y_i^*\right) = \left(\frac{\hat{x}^{\partial}\left(x_i, y_i\right)}{\gamma_i^*}, y_i\right) \quad (۳۳)$$

۴. تخمین زدن مقادیر کارایی بوت‌استرپ با استفاده از داده‌های ساختگی به وسیله حل مدل (۳۴) با برنامه‌ریزی خطی.

$$\hat{\theta}_{i,b}^{SW*} = \min_{\theta,z}\left\{\theta \mid y_i \le Yz, \theta x_i \ge X^* z, \sum_{i=1}^{n} z_i = 1, z > 0\right\} \quad (۳۴)$$

۵. مراحل دوم تا چهارم این الگوریتم را برای ساخت یک مجموعه B تایی کارایی بوت‌استرپ ($\hat{\theta}_{i,b}^{SW*}, b = 1,\ldots,B$) بنگاه مورد نظر، B بار تکرار می‌کنیم.

۴ یافته‌های تحقیق

در این مطالعه برای ارزیابی کارایی نظام بانکی ایران به شکل جدول شماره (۱) از اطلاعات ۲۵ بانک خصوصی، دولتی و دولتی تخصصی فعال کشور که بر اساس اندازه سهم از دارایی شبکه بانکی تقسیم‌بندی شده‌اند استفاده شده است. داده و ستانده مورد استفاده برای

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

تخمین نمرات کارایی عبارتند از: ۱. ستانده‌ها: سرمایه‌گذاری، سود، سپرده‌ها. ۲. نهاده‌ها: تعداد کارکنان، دارایی‌های ثابت، تعداد شعب و تعداد شعب به تعداد دستگاه‌های ATM.

جدول ۱

تعداد بانک‌ها مورد مطالعه بر اساس تقسیم‌بندی بر حسب اندازه و نوع مالکیت آن‌ها

		خصوصی	خصوصی‌شده	دولتی	دولتی‌تخصصی	جمع
اندازه بر اساس سهم از دارایی شبکه بانکی	بزرگ	۱	۳	۲	۲	۸
	متوسط	۸	۱	-	۲	۱۱
	کوچک	۴	-	۱	۱	۶
	جمع	۱۳	۴	۳	۵	۲۵

یادداشت. بزرگ، متوسط و کوچک به‌ترتیب بیش از ۵ درصد، بین ۵ تا ۱ درصد و کمتر از یک درصد است.
منبع: یافته‌های تحقیق

در جدول ۲ خلاصه‌ای از وضعیت داده‌های مذکور نشان داده شده است.

جدول ۲

خلاصه وضعیتی از داده‌های و ستانده‌های ۲۵ بانک ایران (در سال ۱۳۹۰) واحد: میلیارد ریال

	مجموع ۲۵ بانک کشور	حداکثر	میانگین	حداقل	انحراف معیار
سرمایه	۱۳۰۰۲۸	۲۶۶۲۲	۵۲۱۰/۰۵۳	۱۱۱	۷۷۴۵/۱۰۱
سود	۱۱۶۳۵۵	۴۶۲۰۰	۴۶۶۱/۴	۷۰	۹۱۶۲/۷۳
سپرده‌گذاری	۱۹۸۰۵۵	۳۲۱۷۰	۷۹۶۸/۴	۱۶	۹۶۷۵/۱۳۴
دارایی‌های ثابت	۳۶۳۴۴۱۴	۶۵۱۷۴۴	۱۴۵۴۱۵/۲	۹۶۷	۱۸۲۰۸۳/۵
تعداد شعب	۲۰۶۸۵	۳۲۹۰	۸۳۱/۸۴	۱۰	۹۶۵/۰۶۵
نسبت تعداد شعب به ATM	۱۸.۲۱	۳/۷۳	۰/۸۷۳۲	۰/۲۳	۰/۶۴۵۷۴۷
تعداد کارکنان	۲۰۶۸۰۴	۴۰۴۳۹	۸۲۹۷/۵۶	۲۹۵	۱۰۷۹۷/۰۱

منبع: یافته‌های تحقیق

در این مطالعه به وسیله الگوریتم SW، مقادیر کارایی تورش اصلاح شده و فواصل اطمینان مرتبط با آن‌ها، با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های نهاده محور، با ۱۰۰۰ تکرار (بازنمونه‌گیری $(B=۱۰۰۰)$)، در فاصله اطمینان ۹۰ درصد و با فرض بازده

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

ثابت (CRS[1]) و متغیر (VRS[2]) نسبت به مقیاس تخمین زده شد. به دلیل آنکه فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس تنها در مقیاس مناسب فعالیت دارای اعتبار بوده و در صورتی که فعالیت بنگاه‌ها در این مقیاس انجام نشود منجر به به‌دست‌آمدن نمرات کارایی فنی ناخالص می‌گردد، مدل دیگری نیز با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس برای تجزیه کارایی فنی به نمرات کارایی خالص (کارایی مدیریتی) و کارایی مقیاس، تخمین زده شد[3] و در نتیجه علاوه بر به دست آوردن نمرات کارایی مدیریتی، نمرات کارایی مقیاس با استفاده از رابطه (۳۵) محاسبه شد و نتایج آن در جدول‌های زیر درج گردید.

کارایی فنی =کارایی مدیریتی × کارایی مقیاس (۳۵)

جدول ۳

مقادیر کارایی فنی تورش اصلاح شده با فرض بازدهی ثابت نسبت به مقیاس

		خصوصی	خصوصی‌شده	دولتی	دولتی‌تخصصی	میانگین
	بزرگ	۱۰۰	۸۴	۶۹	۷۰	۸۱
اندازه بر اساس سهم از	متوسط	۸۶	۵۴		۱۰۰	۸۰
دارایی شبکه بانکی	کوچک	۸۹		۱۶	۱۶	۴۰
	میانگین	۹۲	۶۹	۴۲	۶۲	

یادداشت. بزرگ، متوسط و کوچک به‌ترتیب بیش از ۵ درصد، بین ۵ تا ۱ درصد و کمتر از یک درصد است.
منبع: یافته‌های تحقیق

نتایج حاصل شده نشان می‌دهند که ۳۲ درصد بانک‌های مورد ارزیابی از لحاظ فنی با ظرفیتی کمتر از ۶۰ درصد فعالیت می‌کنند و بانک‌های کوچک (بانک‌هایی که سهم کمتر از یک درصد دارایی‌های شبکه بانکی را در اختیار دارند) با میانگین ۴۰ درصد کارایی، ناکارآمدترین گروه بانکی هستند. علاوه بر این نتایج فوق گویای آن هستند که بانک‌های از بدو تأسیس خصوصی از به ترتیب بانک‌های خصوصی شده، دولتی تخصصی و دولتی

[1] Constant Return to Scale
[2] Variable Return to Scale
[3] مدل VRS با مقید کردن مدل CRS به شرط $\sum_{i=1}^{n} z_i = 1$ به دست می‌آید.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

کارآمدتر عمل می‌نمایند. در جدول‌های (۴ و ۵) نیز مقادیر کارایی فنی به صورت رابطه شماره (۳۵) به کارایی مدیریتی و مقیاس تجزیه شده است.

جدول ۴

مقادیر کارایی تورش اصلاح شده با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس

		خصوصی	خصوصی‌شده	دولتی	دولتی‌تخصصی	میانگین
اندازه بر اساس سهم از دارایی شبکه بانکی	بزرگ	۱۰۰	۸۶	۷۳	۷۵	۸۴
	متوسط	۹۴	۵۵		۱۰۰	۸۳
	کوچک	۱۰۰		۴۵	۲۱	۵۶
	میانگین	۹۸	۷۰	۵۹	۶۵	

یادداشت. بزرگ، متوسط و کوچک به‌ترتیب بیش از ۵ درصد، بین ۵ تا ۱ درصد و کمتر از یک درصد است.
منبع: یافته‌های تحقیق

جدول ۵

مقادیر کارایی مقیاس

		خصوصی	خصوصی‌شده	دولتی	دولتی‌تخصصی	میانگین
اندازه بر اساس سهم از دارایی شبکه بانکی	بزرگ	۱۰۰	۹۷	۹۴	۹۰	۹۵
	متوسط	۹۱	۹۸		۱۰۰	۹۶
	کوچک	۸۹		۳۴	۷۸	۶۷
	میانگین	۹۳	۹۸	۶۴	۸۹	

یادداشت. بزرگ، متوسط و کوچک به‌ترتیب بیش از ۵ درصد، بین ۵ تا ۱ درصد و کمتر از یک درصد است.
منبع: یافته‌های تحقیق

همانطور که جدول‌های شماره (۴ و ۵) نشان می‌دهند، بانک‌های از بدو تأسیس خصوصی تقریباً از لحاظ مدیریتی فعالیتی کارآمد داشته ولی از لحاظ مقیاس بانک‌های متوسط و کوچک این گروه با ناکارآمدی تقریباً ۱۰ درصدی به فعالیت می‌پردازند. همچنین جدول‌های فوق نشان‌دهنده آن هستند که بانک‌های دولتی کمترین کارایی مدیریتی و مقیاس را به خود اختصاص داده‌اند.

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مطالعه به وسیله الگوریتم SW، مقادیر کارایی تورش اصلاح شده و فواصل اطمینان مرتبط با آن‌ها، با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های نهاده محور، با ۱۰۰۰ تکرار

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

(بازنمونه‌گیری ($B=۱۰۰۰$))، در فاصله اطمینان ۹۰ درصد و با فرض بازده ثابت (CRS) و متغیر (VRS) نسبت به مقیاس تخمین زده شد. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد، ۳۲ درصد بانک‌های مورد ارزیابی از لحاظ فنی با ظرفیتی کمتر از ۶۰ درصد فعالیت می‌کنند و بانک‌هایی که سهم بیشتری از درصد دارایی‌های شبکه بانکی را در اختیار دارند به صورت کارآمدتری عمل می‌کنند. براساس یافته‌های تحقیق، بانک‌های از بدو تأسیس خصوصی به طور میانگین دارای بهترین عملکرد بوده و بانک‌های دولتی نیز به طور میانگین بیشترین ناکارایی مدیریتی و مقیاس را به خود اختصاص داده‌اند. همچنین نتایج نشان می‌دهند که میانگین کارایی مدیریتی بانک‌های خصوصی بیشتر از بانک‌های خصوصی شده و بانک‌های خصوصی‌شده بیشتر از بانک‌های دولتی بوده است و استفاده بهینه از نهاده‌های بانکی مانند اصلاح ساختار نیروی انسانی در شعب بانک‌ها می‌تواند سبب افزایش کارایی بانک‌های ناکارآمد شود. همچنین این مشکل می‌تواند به ساختار نظام بانکی و تعیین تکلیفی سود سپرده‌ها و تسهیلات مربوط شود؛ در صورتی که سود علی‌الحساب سپرده‌ها پایین‌تر از شاخص‌هایی مانند نرخ تورم، نرخ سود اوراق مشارکت، نرخ سود سرمایه و ... باشد، سیستم بانکی در تجهیز منابع بانکی با محدودیت روبه‌رو خواهد شد و تبعاتی در بعد تسهیلات به بخش‌های مختلف اقتصادی و ساختار مالی خواهد گذاشت؛ ولی بانک‌های خصوصی در مقایسه با بانک‌های دولتی (به دلیل برخورداری از حمایت‌های دولت)، در شرایط رقابتی یکسان قرار ندارند، به طوری که بانک‌های دولتی باوجود عملکرد ضعیف‌تر در تجهیز منابع نسبت به بانک‌های خصوصی، در تخصیص منابع موفق‌تر عمل کرده‌اند؛ زیرا بانک‌های دولتی از طریق استقراض از بانک مرکزی، نقدینگی موردنیاز برای اعطای تسهیلات را جبران می‌کنند. شایان ذکر است که یکی از مسائل مربوط به ناکارایی بانک‌های دولتی، مطالبات معوق است. از این‌رو موضوع اعتبارسنجی و رتبه‌بندی مشتریان از روش‌های علمی می‌باید مورد توجه ویژه قرار گیرد. این امر می‌تواند در کاهش ریسک بانک‌ها، نقش بسزایی داشته باشد. همچنین می‌باید اشاره نمود با آنکه خصوصی‌سازی در نظام بانکی صورت گرفته، ولی کماکان در برخی از بانک‌های خصوصی‌سازی شده، نقش سهامداری دولتی و شبه دولتی حاکم است. از این رو خصوصی‌سازی رقابت محور باید در اولویت تحول ساختاری نظام بانکی کشور قرار گیرد تا از این کانال بستر ارتقا کارایی مؤثر در نظام بانکی شکل گیرد. در نتیجه می‌بایست، سیاست خصوصی‌سازی دولت به گونه‌ای باشد که بستر افزایش ضریب رقابت در نظام بانکی کشور فراهم آید. همچنین دولت نیاز شدیدی به جذب سرمایه‌گذاران خارجی (خصوصاً بانک‌های تجاری) دارد؛ زیرا موجب استقلال بانک‌ها از دولت، تسهیل ارتباط بانک‌ها با بانک‌های سایر کشورها، ورود

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

کارشناسان و انتقال تکنولوژی نوین در عرصه بانکداری به نظام بانکی کشور و افزایش کارایی و رقابت در نظام بانکی کشور می‌گردد.

فهرست منابع

بهادری، ع.، حسینی نهاد، س.، و حبیبی‌نیا، ق. (۱۳۹۲). استفاده از فرایند شبیه‌سازی بوت استرپ برای برآورد مرز کارای ناپارامتری. بررسی مشکلات موجود در فرآیند ارائه شده در مقاله سعید عبادی، *مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن*. شماره دوم (پیاپی ۳۷)، ۱۳۵-۱۱۳.

Balcombe, K., Fraser, I., et al. (2008). An application of the DEA double bootstrap to examine sources of efficiency in Bangladesh rice farming. *Applied Economics*. 40(15): 1919-1925.

Bartelett, J. E., Kotrlik, J. W., & Higgins, C. C. (2001). Determining appropriate sample size in survey research. Information technology. *Learning, and performance Journal*. 43-50.

Brümmer, B. (2001). Estimating confidence intervals for technical efficiency: the case of private farms in Slovenia. *European review of agricultural economics*. 28(3): 285-306.

Cooper, W. W., Seiford, L. M., et al. (2007). *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*. Springer.

De Jorge-Moreno, J., & Rojas Carrasco, O., et al. (2015). Technical efficiency and its determinants factors in Spanish textiles industry (2002-2009). *Journal of Economic Studies*. 42(3).

Dong, F., & Featherstone, A. M. (2006). Technical and scale efficiencies for Chinese rural credit cooperatives: a bootstrapping approach in data envelopment analysis. *Journal of Chinese Economic and Business Studies*. 4(1): 57-75.

Efron, B., & Tibshirani, R. (1993). An introductionto the bootstrap. Monographs on Statistics and Applied Probability. New York and London: Chapman and Hall. Efron An Introduction to the Bootstrap, Monographs on Statistics and Applied Probability1993.

Fare, R., & Grosskopf, S. (2006). *New directions: efficiency and productivity*. Springer.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*. Series A (General): 253-290.

Fried, H. O., Lovell, C. K., et al. (2008). *The measurement of productive efficiency and productivity growth*. Oxford University Press.

Gocht, A., & Balcombe, K. (2006). Ranking efficiency units in DEA using bootstrapping an applied analysis for Slovenian farm data. *Agricultural Economics.* 35(2): 223-229.

Halkos, G., & Tzeremes, N. (2010). Performance evaluation using bootstrapping DEA techniques: Evidence from industry ratio analysis.

Jorge-Moreno, J. D., Carrasco, O. R. (2015). Technical efficiency and its determinants factors in Spanish textiles industry (2002-2009). *Journal of Economic Studies*. 42(3): 346-357.

Lee, B. L., & Worthington, A. C. (2014). Technical efficiency of mainstream airlines and low-cost carriers: New evidence using bootstrap data envelopment analysis truncated regression. *Journal of Air Transport Management*. 38: 15-20.

Lothgren, M. (1998). How to bootstrap DEA estimators: a Monte Carlo comparison. *WP in Economics and Finance* (223).

Löthgren, M., & Tambour, M. (1996). Scale Efficiency and Scale Elasticity in DEA-models: A Bootstrapping Approach. *Economic Research Inst*.

Lothgren, M., & Tambour, M. (1999). Testing scale efficiency in DEA models: a bootstrapping approach. *Applied Economics*. 31(10): 1231-1237.

Muvingi, J. (2015). Zimbabwe commercials banks efficiency and productivity analysis through DEA Malmquist approach: 2002-2012. *Journal of Data Envelopment Analysis and Decision Science*. 2015(1): 32-49.

Odeck, J. (2009). Statistical precision of DEA and Malmquist indices: A bootstrap application to Norwegian grain producers. *Omega*. 37(5): 1007-1017.

Silverman, B. W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall Ltd, London.

Simar, L. (1996). Aspects of statistical analysis in DEA-type frontier models. *Journal of productivity analysis*. 7(2-3): 177-185.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]

Simar, L., & Wilson, P. W. (1998). Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. *Management science*. 44(1): 49-61.

Simar, L., & Wilson, P. W. (2000). A general methodology for bootstrapping in non-parametric frontier models. *Journal of applied statistics*. 27(6): 779-802.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.26453355.1395.9.28.2.3]