فصلنامهٔ پژوهش‌های پولی_بانکی
سال نوزدهم، شماره ۶۸، تابستان ۱۴۰۵
صفحات ۳۶۵_۳۹۰

سبد سهام میانگین_واریانس مبتنی بر پیش‌بینی ماتریس کواریانس با شبکه‌های LSTM با رهیافت تجزیهٔ چولسکی

سیف‌اله حیدری [*]
امیر محمدزاده [†]
سهیلا خویشتن‌دار [‡]

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۱/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۱۱

چکیده

مدل میانگین_واریانس بر مبنای کمینه‌سازی ریسک در سطوح مختلف بازده موردانتظار بنا شده است. کلید موفقیت در این رویکرد به پیش‌بینی دقیق و پویای بردار بازده و ماتریس کواریانس میان دارایی‌ها وابسته است، زیرا این روابط دائم تغییر می‌کنند و درک این پویایی برای دستیابی به سبدی بهینه امری حیاتی است. پژوهش حاضر از شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت (LSTM) برای پیش‌بینی پویای ماتریس کواریانس استفاده می‌کند و نوآوری آن در زمینهٔ رفع مشکل عدم‌مثبت معین‌بودن ماتریس کواریانس پیش‌بینی‌شده در استفاده از رویکرد تجزیهٔ چولسکی است. در این پژوهش رویکرد میانگین_واریانس برای بهینه‌سازی سبد سهامی متشکل از ده شاخص عمدهٔ بورس تهران در بازهٔ زمانی ۱۳۹۰ تا خرداد ۱۴۰۴، با مقایسهٔ سه مدل شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با رهیافت تجزیهٔ چولسکی، پنهان مارکوف، و دی سی سی گارچ موردارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد مدل LSTM با میانگین بازده هفتگی ۰/۰۰۵۰، ریسک ۰/۰۳۸، نسبت شارپ ۰/۱۳، و بازده تجمعی ۲/۴۲ برتری قابل‌توجهی نسبت به دو مدل دیگر در کنترل ریسک و سودآوری داشته است. این برتری، ناشی از توانایی LSTM در مدل‌سازی الگوهای پیچیده و پویای بازار سرمایهٔ ایران است.

واژه‌های کلیدی: شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت، تجزیهٔ چولسکی، مدل پنهان مارکوف، مدل دی سی سی گارچ
طبقه‌بندی JEL: G11, C45, C53, C61, G17

[*] دانشجوی دکترا، دانشگاه آزاد قزوین، دانشکده مدیریت و حسابداری، iau.ir@۴۰۵۱۱۰۷۶۶۳
مقاله برگرفته از رساله دکترا سیف الله حیدری می‌باشد.
[†] استاد، دانشگاه آزاد قزوین، دانشکده مدیریت و حسابداری(نویسنده مسئول)amir126@iau.ac.ir
[‡] استادیار، دانشگاه آزاد قزوین، دانشکده مدیریت و حسابداری، soheila.khishtandar@iau.ac.ir

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

۱ مقدمه

سرمایه‌گذاری و انباشت سرمایه در تحول اقتصادی کشورها نقش بسزایی داشته است. بدون شک، بورس یکی از مناسب‌ترین جایگاه‌ها برای جذب سرمایه‌های کوچک و استفاده از آن‌ها برای رشد یک شرکت در سطح کلان و نیز رشد شخصی فرد سرمایه‌گذار است. ازآنجاکه هدف و تعریف سرمایه‌گذاری به‌تعویق‌انداختن مصرف برای مصرف بیشتر و بهتر در آینده است؛ افراد با سرمایه‌گذاری انتظار دستیابی به سود موردانتظار خود را دارند. نظریهٔ سبد سهام یکی از مهم‌ترین ابزارهای مدیریتی در زمینهٔ کنترل سرمایه در بازارهای مالی است.

بهینه‌سازی سبد سهام یکی از مهم‌ترین مسائل در حوزه مالی و مدیریت سرمایه‌گذاری به شمار می‌رود که هدف اصلی آن تخصیص بهینه منابع مالی میان مجموعه‌ای از دارایی‌ها، به‌گونه‌ای است که یا سطح ریسک در ازای بازده مورد انتظار حداقل شود یا بازده مورد انتظار با در نظر گرفتن سطح معینی از ریسک به حداکثر برسد. این مسئله به دلیل نقش بنیادین آن در تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری، همواره مورد توجه پژوهشگران و فعالان بازارهای مالی بوده است. با وجود اهمیت و کاربرد گسترده رویکردهای سنتی در این حوزه، این روش‌ها در مواجهه با پیچیدگی‌های فزاینده، پویایی‌های ساختاری و نوسانات ذاتی بازارهای مالی نوین با محدودیت‌های قابل‌توجهی روبه‌رو هستند.

در سال‌های اخیر، پیشرفت‌های چشمگیر در حوزه هوش مصنوعی، به‌ویژه در زمینه یادگیری ماشین و یادگیری عمیق، افق‌های نوینی را برای توسعه مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام فراهم کرده است. این فناوری‌ها با بهره‌گیری از توانایی یادگیری الگوهای پیچیده، استخراج روابط پنهان و انطباق با تغییرات محیطی، ظرفیت قابل‌توجهی برای رفع کاستی‌های روش‌های کلاسیک ارائه می‌دهند (اقتصاد و محمدی، ۱۴۰۲).

بازارهای سرمایه امروزی با ویژگی‌هایی نظیر حجم عظیم داده‌ها، وجود نویز و عدم‌قطعیت بالا، وابستگی‌های زمانی و مکانی، و روابط پیچیده و غیرخطی میان متغیرها و دارایی‌های مالی شناخته می‌شوند. در چنین شرایطی، بسیاری از مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی بر مفروضات ساده‌کننده‌ای همچون نرمال بودن توزیع بازده دارایی‌ها، ثبات پارامترهای آماری و وجود روابط خطی میان متغیرها استوار هستند؛ مفروضاتی که در عمل، به‌ویژه در بازارهای مالی پویا و پرتلاطم، به‌ندرت برقرارند. در مقابل، مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی با اتکا بر قابلیت یادگیری از داده‌های تاریخی و برخط، شناسایی الگوهای پنهان و مدل‌سازی روابط غیرخطی و پیچیده، توانایی بیشتری در بازنمایی رفتار واقعی بازارهای مالی داشته و از این‌رو

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

می‌توانند عملکرد مؤثرتری در فرآیند بهینه‌سازی سبد سهام ارائه دهند (اسفندیار و همکاران، ۱۴۰۱).

یکی از مدل‌های معروف و پرکاربرد در نظریهٔ سبد سهام، سبد سهام میانگین_واریانس[1] یا سبد سهام مارکویتز[2] است. پژوهش‌های زیادی به بررسی سودآوری و استوارسازی این دیدگاه پرداخته‌اند و نسخه‌های مختلفی از این مدل بهینه‌سازی سبد سهام را گسترش داده‌اند. در این مدل، دو پارامتر، میانگین بازده و ماتریس کواریانس بازده دارایی‌های سبد، وجود دارد که باید توسط داده‌های آماری یا تحلیل روبه‌جلو برآورد شود. برآورد ثابت این پارامترها بدون درنظرگرفتن زمان با ذات پویا و غیرخطی بازارهای مالی در تناقض است. رویکردهای مختلفی در برآورد پویای این پارامترها در ادبیات مالی توسعه داده شده است که غالباً درمورد پارامتر میانگین بازده دارایی‌ها بوده است و ماتریس کواریانس کمتر موردتوجه قرار گرفته است. پژوهش حاضر، براساس رویکرد یادگیری ماشین از نوع عمیق و با استفاده از شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت (LSTM)[3] برای پیش‌بینی پویای بازده و ماتریس کواریانس اقدام کرده است. ایده اصلی و نوآوری پژوهش، پیش‌بینی ماتریس کواریانس با شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با رهیافت تجزیهٔ چولسکی[4] به‌منظور تضمین مثبت معین‌بودن ماتریس خروجی است. در پایان، نتایج سودآوری مدل پژوهش با رویکردهای مارکوف پنهان و مدل DCC-GARCH[5] مقایسه می‌شود.

۲ مبانی نظری و پیشینهٔ پژوهش

تحقیقات زیادی نشان داده‌اند که سیستم‌های غیرخطی در پیش‌بینی سیستم‌های پیچیده، ازجمله قیمت سهام موفقیت بیشتری داشته‌اند. سیستم‌های غیرخطی انعطاف بیشتری در مدل‌سازی داده‌ها و درک ساختار و روابط پیچیدهٔ بین متغیرها دارند. یکی از این مدل‌های پرکاربرد غیرخطی، شبکه‌های عصبی[6] هستند (لی[7]، ۲۰۲۵). این سیستم‌ها از بدن انسان الهام گرفته‌اند و برای مدل‌سازی از مفاهیمی همچون نرون و توابع برانگیختگی استفاده

[1] mean-variance portfolio
[2] Markowitz portfolio
[3] Long Short Term Memory: LSTM
[4] Cholesky factorization
[5] Dynamic Conditional Correlation
[6] neural network
[7] Li

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

می‌کنند. شبکه‌های عصبی مصنوعی برای دستیابی به عملکرد مطلوب، نیازمند فرایند آموزش هستند؛ فرایندی که طی آن پارامترهای ساختاری و وزن‌های شبکه به‌گونه‌ای تنظیم می‌شوند که خطای مدل به حداقل رسیده و قابلیت تعمیم آن به داده‌های جدید افزایش یابد. بهینه‌سازی این پارامترها، یکی از ارکان اساسی در توسعه مدل‌های کارآمد یادگیری ماشین محسوب می‌شود و نقش تعیین‌کننده‌ای در دقت، پایداری و کارایی مدل ایفا می‌کند.

در این راستا، یادگیری عمیق به‌عنوان یکی از شاخه‌های پیشرفته یادگیری ماشین، جایگاه ویژه‌ای در توسعه سامانه‌های هوشمند یافته است. یادگیری عمیق مجموعه‌ای از الگوریتم‌های مبتنی بر شبکه‌های عصبی چندلایه است که با بهره‌گیری از ساختارهای سلسله‌مراتبی، قادر به استخراج و مدل‌سازی بازنمایی‌های انتزاعی و پیچیده از داده‌ها در سطوح مختلف هستند. این رویکرد با الهام از سازوکار پردازش اطلاعات در مغز انسان و با تکیه بر پیشرفت‌های چشمگیر در توان محاسباتی، پردازنده‌های گرافیکی و فناوری‌های نوین پردازش داده، تحولات بنیادینی در حوزه هوش مصنوعی ایجاد کرده و در طیف گسترده‌ای از مسائل، از جمله بینایی ماشین، پردازش زبان طبیعی، تشخیص الگو، تحلیل داده‌های مالی و سیستم‌های تصمیم‌یار، عملکردی فراتر از روش‌های سنتی به نمایش گذاشته است.

از مهم‌ترین مزایای مدل‌های یادگیری عمیق می‌توان به قابلیت استخراج خودکار ویژگی‌ها بدون نیاز به مهندسی دستی ویژگی، توانایی یادگیری نمایش‌های سلسله‌مراتبی از داده‌ها، دقت پیش‌بینی بالا، قدرت تعمیم مناسب در مواجهه با داده‌های ناشناخته، توانایی مدل‌سازی روابط پیچیده و غیرخطی، مقیاس‌پذیری در پردازش داده‌های حجیم، بهره‌مندی از زیرساخت‌های گسترده سخت‌افزاری و نرم‌افزاری، و ظرفیت بالای توسعه برای کاربردهای نوظهور اشاره کرد. این ویژگی‌ها سبب شده‌اند که یادگیری عمیق به یکی از مؤثرترین رویکردها در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی، پیش‌بینی و تصمیم‌گیری در حوزه‌های مختلف علمی و صنعتی تبدیل شود.

یکی از شبکه‌های عصبی عمیق که برای پردازش داده‌های دنباله‌ای یا وابسته به زمان مورداستفاده قرار می‌گیرد، شبکه‌های بازگشتی[1] است. چالش این مدل در این است که با زیادشدن تعداد داده‌های آموزشی، گذشتهٔ خود یا زمینهٔ بحث را فراموش می‌کند. برای رفع این نقیصه، شبکه‌های حافظهٔ طولانی‌مدت و کوتاه‌مدت به‌وجود آمده‌اند که توسط یک سلول حافظه گذشته را به‌خاطر می‌سپارند یا بخشی از آن را فراموش می‌کنند (لی، ۲۰۲۵).

[1] recurrent neural network

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

درمجموع، شبکه‌های حافظهٔ طولانی‌مدت و کوتاه‌مدت رده‌ای از شبکه‌های عصبی عمیق‌اند که معمولاً برای پردازش بر ورودی‌های دنباله‌ای در یادگیری ماشین استفاده می‌شوند.

مدل بهینه‌سازی سبد سهام میانگین–واریانس نیازمند تخمین دقیق و پویای دو پارامتر بازده موردانتظار دارایی‌ها و ماتریس کواریانس است. پژوهش‌های اخیر در حوزهٔ مدیریت مالی و بهینه‌سازی سبد سهام به‌طور فزاینده‌ای به‌سمت استفاده از قابلیت‌های پیش‌بینی و تصمیم‌گیری الگوریتم‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق حرکت کرده‌اند تا از محدودیت‌های مدل‌های سنتی، به‌ویژه در بازارهای مالی پیچیده عبور کنند (آگال و همکاران[1]، ۲۰۲۵). شبکه‌های حافظهٔ طولانی‌مدت و کوتاه‌مدت برای تحلیل سری‌های زمانی بازده دارایی‌ها استفاده می‌شوند و می‌توانند وابستگی‌های زمانی بلندمدت را ثبت کنند. با فرض پویایی ماتریس کواریانس، شبکه‌های حافظهٔ طولانی‌مدت و کوتاه‌مدت می‌توانند به‌عنوان ابزاری برای مدل‌سازی ماتریس کواریانس دارایی‌های سبد مارکویتز نیز مورداستفاده قرار گیرند. بااین‌همه، نکتهٔ فنی مهمی وجود دارد: در آمار، ماتریس کواریانس متقارن و مثبت معین است و استفاده از این شبکه‌ها برای تخمین ماتریس کواریانس به خروجی ماتریسی منجر می‌شود که ویژگی مثبت معین‌بودن را ندارد.

ازآنجاکه ممکن است ماتریس کواریانس پیش‌بینی‌شده به دلیل پیچیدگی مدل‌های یادگیری عمیق خاصیت مثبت معین‌بودن خود را از دست بدهد، تلاش برای محاسبهٔ آن ریسک‌های نامعتبری را به‌همراه دارد. پژوهش حاضر برای مواجهه با این چالش از یک نوآوری استفاده کرده و آن رهیافت تجزیهٔ چولسکی ماتریس کواریانس است. تجزیهٔ چولسکی روشی پایه‌ای در جبر خطی عددی است که ماتریس‌های متقارن و مثبت معین را به حاصل‌ضرب یک ماتریس پایین مثلثی در ترانهاده‌اش تجزیه می‌کند. ازاین‌رو، به‌جای پیش‌بینی مستقیم ماتریس کواریانس، ماتریس پایین مثلثی پیش‌بینی می‌شود و سپس ماتریس کواریانس اصلی از حاصل‌ضرب پیش‌بینی ماتریس پایین مثلثی در ترانهادهٔ آن بازسازی می‌شود. بنابراین، تجزیهٔ چولسکی همانند فیلتر اعتبارسنجی اجباری عمل می‌کند؛ اگر ماتریس نامعتبر تشخیص داده شود، سیستم از مرحلهٔ منظم‌سازی برای بازیابی خاصیت مثبت معین‌بودن استفاده می‌کند. بدین صورت، مدل اصلی پژوهش باتوجه‌به تاریخچهٔ ماتریس کواریانس (به‌عنوان یک سری زمانی) از شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای پیش‌بینی ماتریس کواریانس در افق زمانی آتی سبد سهام بهره می‌برد.

[1] Agal et al.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

در پژوهش حاضر، دو رویکرد پرکاربرد دیگر در زمینهٔ تخمین پارامتر کواریانس نیز به‌کار خواهد رفت؛ یعنی مدل پنهان مارکوف (HMM)[1] و DCC-GARCH. بدین ترتیب، نتایج سودآوری سبدهای بهینهٔ حاصل از رویکرد پژوهش با این دو مدل مقایسه می‌شود.

مدل مارکوف پنهان، یک چهارچوب آماری قدرتمند است که برای مدل‌سازی سری‌های زمانی طراحی شده و در آن مشاهدات قابل‌رؤیت، تابعی از فرایندی زیربنایی به‌شمار می‌آیند که مستقیماً قابل‌اندازه‌گیری نیستند. این مدل بر پایهٔ دو ایدهٔ کلیدی بنا شده است: ابتدا، سیستم در هر لحظه در یکی از N حالت مجزا قرار دارد. ثانیاً، خاصیت مارکوفی که بیان می‌کند حالت فعلی تنها به حالت بلافاصلهٔ قبلی وابسته است، نه کل تاریخچه. انتقال بین این حالت‌های پنهان توسط یک ماتریس احتمال کنترل می‌شود و هر حالت پنهان نیز یک توزیع احتمال مجزا برای تولید داده‌های مشاهده‌پذیر (مانند بازده سهام یا نوسانات بازار) فراهم می‌کند. اهمیت مدل پنهان مارکوف در حوزهٔ مالی بسیار زیاد است، زیرا بازارهای مالی به ماهیت خود ایستا نیستند؛ به این معنا که میانگین بازده، واریانس، و هم‌بستگی بین دارایی‌ها در طول زمان تغییر می‌کند. مدل پنهان مارکوف این واقعیت را به شکلی طبیعی مدل‌سازی می‌کند و به سرمایه‌گذاران اجازه می‌دهد رژیم‌های مختلف بازار را تشخیص دهند. این رژیم‌ها می‌توانند به‌صورت حالت‌های صعودی (با بازده بالا و ریسک کم) یا حالت‌های نزولی و بحرانی (با نوسان بالا) تفسیر شوند (ماجومدر و نیرچال[2]،۲۰۲۴). توانایی تشخیص حالت امکان بهبود چشمگیری در بهینه‌سازی سبد سهام را فراهم می‌آورد. در روش‌های سنتی، مانند مارکوویتز، یک ماتریس کواریانس واحد فرض می‌شود؛ اما مدل پنهان مارکوف به ما اجازه می‌دهد تا برای هر رژیم پارامترهای آماری متمایزی را تخمین بزنیم. این امر به تخصیص دارایی پویا منجر می‌شود.

مدل DCC-GARCH را رابرت انگلت[3] در ۲۰۰۲ معرفی کرد. این مدل رویکردی قدرتمند و انعطاف‌پذیر برای مدل‌سازی ماتریس کواریانس شرطی در سبدهای مالی است. این مدل که توسعه‌ای از مدل‌های GARCH استاندارد و CCC-GARCH به‌شمار می‌رود، توانایی زیادی در ثبت و تحلیل پویایی هم‌بستگی‌ها بین دارایی‌های مالی در طول زمان دارد. مزیت کلیدی مدل DCC-GARCH در این است که واریانس (نوسان‌پذیری) شرطی هر دارایی را به‌صورت مجزا مدل‌سازی کرده و سپس هم‌بستگی شرطی بین دارایی‌ها را به‌عنوان

[1] Hidden Markov Model: HMM

[2] Majumder & Neerchal

[3] Robert Englett

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

یک مدل مستقل و پویا پیاده‌سازی می‌کند. این تفکیک مدل را هم از نظر محاسباتی قابل‌مدیریت می‌سازد و هم به آن امکان ثبت پدیده‌های پیچیدهٔ بازار، مانند افزایش ناگهانی هم‌بستگی در زمان بحران‌ها را می‌دهد (کوین و یوگوپوسیتو[1]، ۲۰۲۵).

در ادامه، به پیشینهٔ برخی از تحقیق‌هایی پرداخته می‌شود که در آن از ابزارهای هوش مصنوعی و یادگیری عمیق در خلال پیش‌بینی و بهینه‌سازی سبد سهام استفاده شده است. هراتی‌زاده و رضایی (۱۴۰۲) در پژوهشی با عنوان «ارائهٔ روشی جدید برای بهره‌گیری از یادگیری ماشین در فرایند بهینه‌سازی سبد سهام» بر دو مرحله به‌طور مجزا اما متوالی تأکید کرده‌اند. ایشان چهارچوب نوآورانهٔ «Per-Learner» را معرفی کردند که از دو مدل یادگیری ماشین مجزا استفاده می‌کند؛ مدل اول وظیفهٔ انتخاب بهینهٔ سهام را بر عهده دارد و مدل دوم، با پیش‌بینی‌های خود وزن‌های بهینه برای سرمایه را در سبد منتخب تعیین می‌کند. این رویکرد دو مرحله‌ای در ارزیابی‌ها نشان داد که می‌تواند بازده تجمعی سبد سهام را نسبت به سایر روش‌های موجود تا حد زیادی ارتقا دهد.

کیانی‌زاده و همکاران (۱۴۰۲) در پژوهشی با تمرکز بر روش داده‌کاوی به مقایسهٔ مدل‌های منتخب یادگیری ماشین (شامل شبکهٔ عصبی، رگرسیون لجستیک، نزدیک‌ترین همسایه، ماشین بردار پشیبان، و اعتبارسنجی ضربدری) برای پیش‌بینی قیمت سهام در دوازده شرکت منتخب بورس اوراق بهادار تهران (از طریق روش حذف سیستماتیک انتخاب شده بودند) در قالب مدل‌های یادگیری ماشین پرداختند. نتایج نشان داد از بین الگوریتم‌های یادگیری ماشین، الگوریتم ماشین بردار پشتیبان بیشترین قدرت پیش‌بینی‌کنندگی در قیمت سهام را به خود اختصاص داده است.

اقتصاد و محمدی (۱۴۰۲) در پژوهش خود با عنوان «بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری به کمک پیش‌بینی بازده موردانتظار با استفاده از روش‌های شبکهٔ عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت، جنگل تصادفی و آریما»، ایده نوآورانه‌ای را مطرح کردند. آن‌ها استدلال می‌کنند که تأکید بر پیش‌بینی‌پذیری گزینه‌های سرمایه‌گذاری (علاوه‌بر سود و ریسک سنتی) برای سرمایه‌گذاران حیاتی است. پژوهش آن‌ها براساس داده‌های پنج سالهٔ پنج صنعت بورسی (بانکی، خودرویی، دارویی، فلزی، و نفتی) انجام شد. نتایج تجربی نشان داد که مدل‌های بهینه‌سازی میانگین_واریانس در مقایسه با سایر مدل‌های پیش‌بینی (مانند آریما یا شبکهٔ عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت) زمانی عملکرد بهتری دارند که بازده موردانتظار با استفاده از مدل جنگل تصادفی پیش‌بینی شده باشد. این پژوهش برتری مدل‌های یادگیری

[1] Kevin & Yugopuspito

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

ماشین بر مدل‌های سری زمانی سنتی را در حوزهٔ پیش‌بینی برای بهینه‌سازی اثبات می‌کند. اسفندیار و همکاران (۱۴۰۱) با تمرکز بر رویکرد یادگیری تقویتی به بهینه‌سازی سبد سهام پرداختند. یافته‌های تحقیق در دوره‌های صعودی و نزولی بازار نشان داد که رویکرد یادگیری تقویتی در بازارهای صعودی و نزولی به‌صورت معناداری بر رویکرد خرید و نگهداری برتری دارد و عملکرد بهتری ارائه داده است و نتایج با عملکرد الگوریتم‌ها در بازارهای بورس سازگار است. نتایج آشکار کرد که از دیدگاه سودآوری، رویکرد یادگیری تقویتی نسبت به رهیافت خرید و نگهداری، عملکرد بهتر و مؤثرتری داشته است؛ بنابراین به کارگیری روش یادگیری تقویتی پیشنهاد می‌شود.

آگال و همکاران (۲۰۲۵) یک چهارچوب یادگیری ماشینی برای تخصیص دارایی مبتنی بر ریسک در بهینه‌سازی سبدسهام ارائه کردند که از شبکه‌های شبکه عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای پیش‌بینی نوسان و لایه‌های بودجه‌ریزی ریسک قابل‌مشتق بهره می‌برد تا وزن‌های سبد را به‌صورت پویا تحت قیود ریسک تنظیم کند. این روش باتوجه‌به شاخص‌های واقعی بازار، مانند انتظارات نوسان و اسپردهای اعتباری، ریسک هدف را به‌روز می‌کند و فراتر از رویکردهای سنتی با کواریانس ثابت عمل می‌کند. نتایج آزمایش‌های تجربی نشان داد که چهارچوب پیشنهادی شارپ بهتری را نسبت به استراتژی‌های سنتی و روش‌های یادگیری عمیق موجود ارائه می‌دهد، بخصوص در شرایط بازار پرنوسان.

کوین و یوگوپوسیتو (۲۰۲۵) روش ترکیبی جدیدی را با ادغام پیش‌بینی‌های شبکهٔ عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت و الگوریتم یادگیری تقویتی برای بهینه‌سازی پویای سبد سهام معرفی کردند. هدف این مطالعه افزایش قابلیت تطبیقی مدل در فضاهای اعمال پیوسته و بهره‌گیری از وابستگی‌های زمانی داده‌های مالی بود. در این روش، شبکهٔ عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت وابستگی‌های زمانی قیمت‌ها را پیش‌بینی کرده و عامل الگوریتم یادگیری تقویتی وزن‌های دارایی را تنظیم می‌کند. ارزیابی مدل در داده‌های دارایی‌های مختلف نشان داد که این معماری ترکیبی در مقایسه با روش‌های مرجع، بازده سالانهٔ بالاتر و مقاومت بیشتری در برابر رژیم‌های بازار غیرایستا دارد.

لی (۲۰۲۵) نشان داد که استفاده از مدل شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای پیش‌بینی قیمت و نوسان می‌تواند در تعیین وزن‌های سبدسهام کمک کند و بازده تجمعی قابل‌توجهی در دوره‌های آزمایشی به‌دست آورد. این مطالعه به‌طور مستقیم مدل شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت را با دو استراتژی کمینه‌سازی واریانس و بیشینه‌سازی نسبت شارپ ترکیب کرد و نتایج نشان داد که رویکرد مبتنی بر شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

کوتاه‌مدت بازده‌های بسیار بالاتری از شاخص‌های بازار پایه ارائه می‌دهند که نشان‌دهندهٔ ارزش‌افزودهٔ این روش‌های یادگیری عمیق در ساخت سبدسهام است.

فن[1] (۲۰۲۵) یک رویکرد ترکیبی از مدل شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت و مدل میانگین–واریانس را برای بهینه‌سازی سبد سهام معرفی کرد. در این مطالعه، از مدل شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای پیش‌بینی بازده‌های آینده با بهره‌گیری از داده‌های تاریخی استفاده شد و سپس این پیش‌بینی‌ها به مدل سنتی میانگین–واریانس داده شد تا سبد بهینه ساخته شود. نتایج نشان می‌دهد که این روش ترکیبی در داده‌های طولانی‌مدت FTSE 100 نسبت به مدل‌های مرجع عملکرد بهتری دارد، که اهمیت تلفیق روش‌های یادگیری عمیق با تئوری سبد کلاسیک را برجسته می‌کند.

تالی چارد[2] (۲۰۲۵) از مدل پنهان مارکوف برای شناسایی رژیم‌های نوسان در بازار اوراق بهادار با درآمد ثابت استفاده کرد تا به تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها در بازارهای با نوسان بالا و پایین بپردازد. این روش نشان داد که مدیریت رژیم‌های بازار به بهبود بازده تعدیل‌شده با ریسک نسبت به روش‌های بدون درنظرگرفتن رژیم منجر می‌شود، که اهمیت کاربرد مدل پنهان مارکوف در بازارهای متنوع مالی را افزایش می‌دهد.

ماجومدر و نیرچال[3] (۲۰۲۴) به توسعهٔ یک مارکوف پنهان چندمتغیره برای انتخاب سبد سهام پرداختند. هدف آن‌ها شناسایی رژیم‌های بازار (مانند دوره‌های گاوی و خرسی) در داده‌های تاریخی سهام S&P 500 با استفاده از مدل پنهان مارکوف های مرتبط بود تا بتوانند سبد بهینه‌ای باتوجه‌به این رژیم‌ها بسازند. نتایج نشان داد که سبدهای به‌دست‌آمده از مدل مارکوف پنهان چندمتغیره می‌توانند بازده سالانه‌ای مشابه یا بهتر از شاخص بازار ارائه کنند، که نشان‌دهندهٔ توانایی مدل پنهان مارکوف در استفاده از ساختارهای پنهان بازار برای تصمیم‌گیری تخصیص دارایی است.

فرناندز و همکاران[4] (۲۰۲۴) به بررسی سیستماتیک کاربرد الگوریتم‌های یادگیری تقویتی در بهینه‌سازی سبد سهام پرداختند. هدف تحقیق مقایسهٔ ساختارهای مختلف یادگیری تقویتی، مانند DQN، DDPG، PPO، و SAC بود تا تأثیر آن‌ها بر بهره‌وری سبد سهام در دوره‌های زمانی و سیگنال‌های مختلف بازار سنجیده شود. نتایج این مطالعه نشان داد که مدل‌های یادگیری تقویتی عمیق نسبت به روش‌های آماری سنتی توانایی بهتری در یادگیری

[1] Fan
[2] Taljaard
[3] Majumder & Neerchal
[4] Fernández et al.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

سیاست‌های تخصیص پویا و تطبیق با تغییرات بازار دارند و می‌توانند ریسک‌بازده سبد را بهبود دهند.

لی و لیو[1] (۲۰۲۳) تلاش کردند تا مدل شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت را برای پیش‌بینی بازده سهام به کار ببرند و سپس نتایج پیش‌بینی را در مدل بهینه‌سازی میانگین–واریانس وارد کنند تا وزن‌های بهینهٔ سبد تعیین شود. آن‌ها مشاهده کردند که سبد بهینه‌شده با کمک پیش‌بینی‌های شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت از نظر بازده و ریسک، عملکرد بهتری نسبت به شاخص S&P 500 دارد که نشان‌دهندهٔ توانایی این ترکیب یادگیری عمیق و روش‌های کلاسیک برای بهبود ساخت سبد است.

۳ مدل پژوهش

در این بخش، ابتدا به معرفی مدل میانگین–واریانس مارکویتز پرداخته می‌شود. فرض کنیم سبد سهام از n دارایی تشکیل شده است که امید ریاضی یا میانگین بازده دارایی i ام برای افق زمانی سبد سهام برابر μ_i و کواریانس بین دو دارایی i و j برابر σ_{ij} است. هدف مدل سبدسهام میانگین–واریانس، کمینه‌سازی ریسک در ضمن برآورد سطحی حداقلی از بازده موردانتظار است. درصورتی‌که حداقل سطح بازده موردانتظار سرمایه‌گذار برابر τ باشد آنگاه مدل میانگین–واریانس به‌صورت مدل (۱) است.

$$min\, x^t \Sigma x = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \sigma_{ij}\, x_i x_j \qquad (۱)$$

$$s.t:$$
$$\sum_{t=1}^{n} \mu_i x_i \geq \tau$$
$$\sum_{t=1}^{n} x_i = 1$$
$$x_i \geq 0$$

که در آن x_i سهم یا وزن دارایی i در سبد سهام بهینه است و ماتریس کواریانس به‌صورت

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

است. به‌صورت متداول در مدل (۱) از برآوردگرهای (۳) به‌منظور تقریب بازده و کواریانس استفاده می‌شود.

[1] Li & Liu

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

$$\mu_i = E(r_i) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it} \qquad (۳)$$
$$\sigma_{ij} = E((r_i - \mu_i)(r_j - \mu_j)) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(r_{it} - \mu_i)(r_{jt} - \mu_j)$$

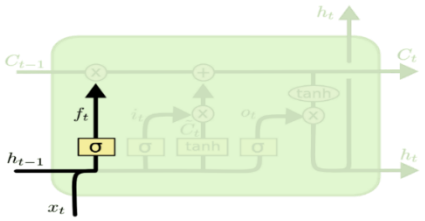
هدف پژوهش حاضر برآورد پویای این دو پارامتر به کمک شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با رهیافت تجزیهٔ چولسکی است. شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت شکل گسترش‌یافته‌ای از شبکه‌های بازگشتی‌اند که در آن برای رفع مشکل محوشوندگی گرادیان[1] از مفهوم حافظه به‌همراه تعدادی گیت[2] استفاده می‌شود. محوشوندگی گرادیان بیان می‌کند که با بزرگ‌ترشدن دنبالهٔ شبکه‌های متصل به هم در شبکه‌های بازگشتی، الگوریتم گرادیان نزولی که در جهت آموزش شبکه مورداستفاده قرار می‌گیرد، توانایی به‌روزرسانی اوزان را از دست می‌دهد. برای رفع این مشکل، واحد حافظه به شبکه‌های بازگشتی اضافه شده است و شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت_کوتاه‌مدت شکل گرفته‌اند. واحد حافظه می‌تواند اطلاعات زمینه را حفظ کند، اطلاعاتی را به حافظه بسپارد یا اطلاعاتی را فراموش کند. در ادامه، ساختار یک شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت و پارامترهای قابل‌آموزش آن بیان می‌شود. در یک شبکه حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت از c_t به‌عنوان بردار نشان‌دهندهٔ حافظه یا زمینه استفاده می‌شود. اطلاعات لایهٔ پنهان هر بخش از شبکه با بردار h_t و اطلاعات ورودی با x_t نشان داده می‌شود. در لحظه t اطلاعات h_{t-1} (مربوط به گذشتهٔ سیستم) و x_t (اطلاعات جدید) در اختیار شبکه قرار می‌گیرد و مطابق رابطهٔ (۴) اطلاعات گذشتهٔ سیستم به h_t تغییر پیدا می‌کند و خروجی سیستم o_t محاسبه می‌شود.

$$h_t = \sigma(Wx_t + Uh_{t-1} + b), \quad o_t = \sigma(Vh_t + b) \qquad (۴)$$

ماتریس‌های W,U,V,b پارامترهای قابل‌آموزش سیستم را شامل می‌شوند و σ نشان‌دهندهٔ تابع سیگموید است. در ادامه، بخشی از اطلاعات در اختیار؛ یعنی $[x_t, h_{t-1}]$ مطابق شکل ۱ فراموش می‌شود. در این رابطه نیز W_f و b به‌ترتیب ماتریس و بردارهای قابل‌آموزش به حساب می‌آیند.

[1] graidient vanishing
[2] gate

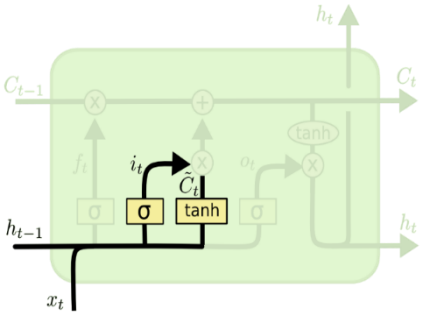
[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]



$$f_t = \sigma\left(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] \; + \; b_f\right)$$

شکل ۱. نحوهٔ فراموشی در شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت وکوتاه‌مدت

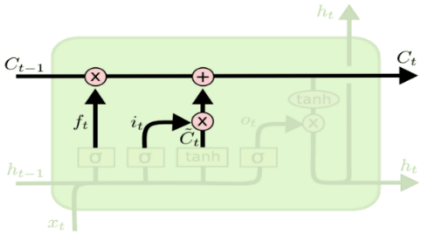
بخشی از اطلاعات در دسترس مطابق شکل ۲ حفظ می‌شود.



$$i_t = \sigma\left(W_i \cdot [h_{t-1}, x_t] \; + \; b_i\right)$$
$$\tilde{C}_t = \tanh(W_C \cdot [h_{t-1}, x_t] \; + \; b_C)$$

شکل ۲. نحوهٔ یادسپاری در ساختار شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت وکوتاه‌مدت

در نهایت، حافظهٔ سیستم براساس بخشی از اطلاعات که باید فراموش شوند و بخشی از اطلاعات که باید به حافظه سپرده شوند به‌صورت شکل ۳ به‌روزرسانی می‌شود.



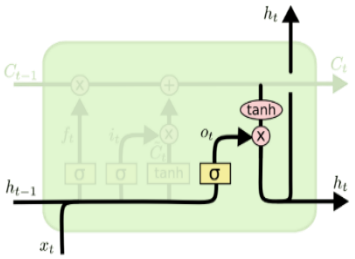
$$C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t$$

شکل ۳. به روزرسانی حافظه در شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت وکوتاه‌مدت

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

در نهایت، خروجی و لایهٔ پنهان شبکه (که ورودی شبکهٔ بعدی است) در گام یا زمان t به‌صورت شکل ۴ به‌روزرسانی می‌شود.



$$o_t = \sigma\left(W_o\ [h_{t-1}, x_t]\ +\ b_o\right)$$
$$h_t = o_t * \tanh\left(C_t\right)$$

شکل ۴. به‌روزرسانی خروجی در شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت

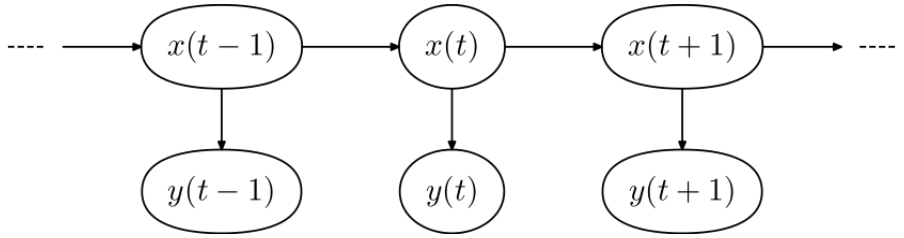
ماتریس کواریانس بازده دارایی‌های تشکیل‌دهندهٔ سبد سهام در مدل میانگین–واریانس، یک ماتریس متقارن و مثبت معین است و استفاده از رویکرد شبکه‌های حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای تخمین آن، تضمینی برای شرط مثبت معین‌بودن خروجی شبکه ارائه نمی‌دهد. نوآوری پژوهش حاضر استفاده از تجزیهٔ چولسکی است. تجزیهٔ چولسکی روشی پایه‌ای در جبر خطی عددی است که ماتریس‌های متقارن و معین مثبت را به حاصل‌ضرب ماتریس مثلثی پایینی در ترانهاده‌اش تجزیه می‌کند. این روش به‌دلیل سرعت و پایداری عددی بیشتر نسبت به روش‌های عمومی‌تر، مانند تجزیهٔ LU کاربرد بیشتری دارد.

براین‌اساس، درصورتی‌که $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_n$ دنباله‌ای از ماتریس‌های کواریانس تاریخی باشد، ابتدا هر ماتریس با استفاده از تجزیهٔ چولسکی $\Sigma_i = L_i L_i^T$ به حاصل‌ضربی از ماتریس پایین مثلثی در ترانهادهٔ خودش تبدیل می‌شود. بدین‌صورت، به‌جای سری زمانی ماتریس کواریانس‌ها از سری زمانی $L_1, L_2, \ldots, L_n$ استفاده می‌شود و شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با این داده‌ها و درنظرگرفتن وقفه‌ای زمانی موردآموزش قرار می‌گیرد. خروجی شبکه یک ماتریس پایین مثلثی است که بار دیگر با فرمول بازسازی $\hat{\Sigma}_i = L_i L_i^T$ به ماتریس کواریانس تبدیل می‌شود. در داده‌های آزمون، ابتدا بردار بازده دارایی‌ها و ماتریس کواریانس توسط شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت پیش‌بینی می‌شود و سپس در مدل میانگین–واریانس جایگزین می‌شود و توسط الگوریتم فراابتکاری تجمعی ذرات موردبهینه‌سازی قرار می‌گیرد.

در این پژوهش، برای بررسی عملکرد مدل پژوهش از دو رویکرد دیگر شامل مدل پنهان مارکوف و مدل گارچ نیز برای پیش‌بینی ماتریس کواریانس و سپس بهینه‌سازی سبد سهام

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

استفاده شد که در ادامه معرفی می‌شوند. شکل ۵ معماری کلی یک نمونه مدل مارکوف را نشان می‌دهد. هر شکل بیضی یک متغیر تصادفی است. متغیر تصادفی $x(t)$ یک حالت و متغیر تصادفی $y(t)$ مشاهده در زمان t است. فلش‌ها به‌معنای وابستگی‌های شرطی‌اند. از شکل مشخص است که توزیع احتمال شرطی متغیر پنهان $x(t)$ فقط به مقدار متغیر پنهان $x(t-1)$ وابسته است که مشخصهٔ مارکوف نامیده می‌شود. به‌طور مشابه، مقدار متغیر مشاهدهٔ $y(t)$ تنها به مقدار متغیر حالت $x(t)$ بستگی دارد.



شکل ۵. شکل مدل پنهان مارکوف

در مدل مارکوف دو نوع پارامتر وجود دارد: احتمال جابه‌جایی‌ها بین حالات و احتمال خروجی‌ها (یا مشاهدات). وظیفهٔ یادگیری در مدل مارکوف یافتن بهترین احتمالات جابه‌جایی‌ها و خروجی‌ها براساس یک دنباله یا دنباله‌هایی از خروجی‌هاست. معمولاً این پارامترها به‌وسیلهٔ متد روش حداکثر درست‌نمایی براساس خروجی داده‌شده تخمین زده می‌شوند. هیچ الگوریتم قطعی برای حل این مسئله وجود ندارد؛ ولی برای پیداکردن حداکثر درست‌نمایی محلی می‌توان از الگوریتم‌های کارایی، مانند بام ولچ[1] یا بالدی چاوین[2] استفاده کرد.

مدل دوم، مدل DCC-GARCH است که رویکردی قدرتمند و انعطاف‌پذیر برای مدل‌سازی ماتریس کواریانس شرطی در سبدهای مالی است. این مدل که توسعه‌ای از مدل‌های GARCH استاندارد و CCC-GARCH به‌شمار می‌رود، توانایی زیادی در ثبت و تحلیل پویایی هم‌بستگی‌ها بین دارایی‌های مالی در طول زمان دارد. مزیت کلیدی مدل DCC-GARCH در این است که واریانس (نوسان‌پذیری) شرطی هر دارایی را به‌صورت مجزا مدل‌سازی کرده و سپس هم‌بستگی شرطی بین دارایی‌ها را به‌عنوان مدلی مستقل و

[1] Baum-welch algorithm
[2] Baldi-chauvin algorithm

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

پویا پیاده‌سازی می‌کند. مدل DCC-GARCH را می‌توان به دو بخش اصلی تقسیم کرد. در مرحلهٔ اول فرض می‌شود که واریانس شرطی هر دارایی i در زمان t؛ یعنی $\sigma_{i,t}^2$، از یک مدل GARCH استاندارد تبعیت می‌کند:

$$\sigma_{i,t}^2 = \omega_i + \alpha_{i,1}\varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_{i,1}\sigma_{i,t-1}^2 \quad (۵)$$

مرحلهٔ دوم، مدل‌سازی هم‌بستگی شرطی یا DCC است که پس از به‌دست‌آوردن واریانس‌های شرطی $\sigma_{i,t}^2$، یک ماتریس نرمال‌شده از باقی‌مانده‌ها مطابق رابطه ایجاد می‌شود.

$$z_{i,t} = \frac{\varepsilon_{i,t}}{\sigma_{i,t}} \quad (۶)$$

مدل DCC فرض می‌کند که ماتریس هم‌بستگی شرطی R_t نیز از یک فرایند GARCH پیروی می‌کند.

$$R_t = \text{diag}(Q_t)^{-1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{-1/2} \quad (۷)$$

که در آن Q_t ماتریس کواریانس شرطی باقی‌مانده‌های نرمال‌شده است و از فرمول (۸) تبعیت می‌کند.

$$Q_t = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)\bar{Q} + \lambda_1 \eta_{t-1} + \lambda_2 Q_{t-1} \quad (۸)$$

در این فرمول $\bar{Q}$ ماتریس کواریانس میانگین بلندمدت باقی‌مانده‌های نرمال‌شده است و η_{t-1}. ماتریس کواریانس خارجی باقی‌مانده‌های نرمال‌شدهٔ $z_{t-1}z_{t-1}^{\top}$ است. λ_1 و λ_2 نیز پارامترهای DCC به حساب می‌آیند که پویایی هم‌بستگی را کنترل می‌کنند؛ λ_1 به تکانه‌های اخیر و λ_2به هم‌بستگی دورهٔ قبل وابستگی دارد. با دراختیارداشتن واریانس‌های شرطی $\sigma_{i,t}^2$ و ماتریس هم‌بستگی شرطی R_t، ماتریس کواریانس شرطی جامع Σ_t برای سبد به شکل رابطهٔ (۹) ساخته می‌شود.

$$\Sigma_t = D_t R_t D_t \quad (۹)$$

که در آن D_t یک ماتریس قطری است و درایه‌های آن، انحرافات استاندارد شرطی $\sigma_{i,t}$ دارایی‌های مختلف در زمان t را شامل می‌شوند.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

۴ یافته‌های پژوهش

دارایی‌های مورداستفاده در سبدهای پژوهش که در ادامه معرفی می‌شود، شامل ۱۰ شاخص عمده از بورس اوراق بهادار تهران در بازهٔ زمانی ۱۳۹۰ تا پایان خرداد ۱۴۰۴ است. انتخاب شاخص به مفهوم یک سبد سهام متنوع از سهام زیرمجموعهٔ آن شاخص است. بدین صورت، تنوع‌پذیری که از اصول مهم در تشکیل سبد سهام است، رعایت می‌شود. باتوجه‌به دورهٔ پژوهش، تعداد داده‌های روزانه برابر ۳۵۹۱ داده است. فهرست شاخص‌های مورداستفاده در سبد پژوهش مطابق جدول ۱ است.

جدول ۱. *فهرست دارایی‌های سبدهای سهام پژوهش*

عنوان شاخص	شماره دارایی	عنوان شاخص	شماره دارایی
سیمان	۱	کانی فلزی	۶
کاشی	۲	کانی غیرفلزی	۷
فراورده‌های نفتی	۳	خودرو	۸
قند و شکر	۴	شیمیایی	۹
مواد دارویی	۵	ماشین‌آلات	۱۰

افق زمانی سبدهای سهام پژوهش، هفتگی و هر هفته پنج روز کاری در نظر گرفته شده است. براین‌اساس ۷۱۸ بازده هفتگی به‌دست آمد. در ادامه و در تمام مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام موردبحث، از ۷۵ درصد داده‌ها برای آموزش مدل و از ۲۵ درصد برای آزمون (تست) عملکرد سودآوری استفاده شده است. همچنین، برای بهینه‌سازی تمام سبدها از الگوریتم تجمعی ذرات[1] استفاده شد. الگوریتم تجمعی ذرات یک الگوریتم بهینه‌سازی الهام‌گرفته از رفتار اجتماعی دسته‌ای از پرندگان یا ماهیان است که برای یافتن راه‌حل بهینه برای مسائل پیچیده به کار می‌رود. در این الگوریتم هر «ذره» نمایندهٔ راه‌حلی بالقوه در فضای جست‌وجوست و با حرکت در این فضا، به‌سمت بهترین موقعیت‌های کشف‌شده توسط خودش (pbest) و بهترین موقعیت کشف‌شده توسط کل جمعیت (gbest) حرکت می‌کند. در طول فرایند بهینه‌سازی، هر ذره موقعیت و سرعت خود را براساس بهترین موقعیت قبلی خود و بهترین موقعیت کل جمعیت به‌روزرسانی می‌کند. این حرکت به‌گونه‌ای است که ذرات به‌تدریج

[1] Particle Swarm Optimization: PSO

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

به‌سمت نواحی امیدوارکننده در فضای جست‌وجو همگرا می‌شوند. تنظیمات الگوریتم تجمعی ذرات مورداستفاده در پژوهش به‌صورت جدول ۲ است.

جدول ۲. *تنظیمات پارامترهای PSO*

پارامتر	مقدار
تعداد راه‌حل‌های بالقوه در هر نسل	۲۰۰
حداکثر تعداد نسل‌هایی که الگوریتم اجرا می‌شود	۵۰۰
میزان تأثیر موقعیت قبلی ذره بر سرعت فعلی؛ کاهش آن باعث همگرایی سریع‌تر می‌شود	۰/۷
میزان تمایل ذره به بازگشت به بهترین موقعیت قبلی خود	۱/۵
میزان تمایل ذره به حرکت به‌سمت بهترین موقعیت کل جمعیت	۱/۵
بازه مجاز برای هر متغیر در راه‌حل.	[۰،۱]

۴-۱ رویکرد شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با رهیافت تجزیهٔ چولسکی

در این مدل، ابتدا ماتریس‌های کواریانس بر داده‌های آموزشی باتوجه‌به پنجرهٔ زمانی مطابق جدول ۳ محاسبه و سپس به کمک تجزیهٔ چولسکی به سری زمانی ماتریس‌های پایین مثلثی تبدیل می‌شوند. سپس به کمک وقفهٔ زمانی (تأخیر)، شبکه موردآموزش قرار می‌گیرد. شبکهٔ آموزش‌دیده برای پیش‌بینی ماتریس کواریانس هفتهٔ آتی تست مورداستفاده قرار می‌گیرد. بردار بازده دارایی‌ها برای هفتهٔ پیش رو نیز برابر میانگین بازده دارایی‌ها در پنجرهٔ زمانی در نظر گرفته می‌شود (پنجرهٔ زمانی از هفتهٔ ماقبل هفتهٔ تست شروع و به‌اندازهٔ طول پنجره به عقب بر می‌گردد). بدین صورت، رویکرد مورداستفاده به‌صورت غلتان است و داده‌های مورداستفاده برای آموزش مدل همواره به‌روزترین داده‌ها هستند. با دراختیارداشتن بازده و کواریانس، در نهایت وزن سبد بهینهٔ میانگین_واریانس به کمک الگوریتم بهینه‌سازی تجمعی ذرات محاسبه می‌شود. برای پیاده‌سازی این رویکرد از کتابخانهٔ پای تورچ[1] در زبان برنامه‌نویسی پایتون استفاده شد. پارامترهای مورداستفاده در این مدل براساس جدول ۳ تعیین شد. باتوجه‌به ده دارایی و مثلثی‌بودن ماتریس ورودی، ابعاد ورودی برابر $(10 \times 11)/2 = 55$ است.

[1] Pytorch

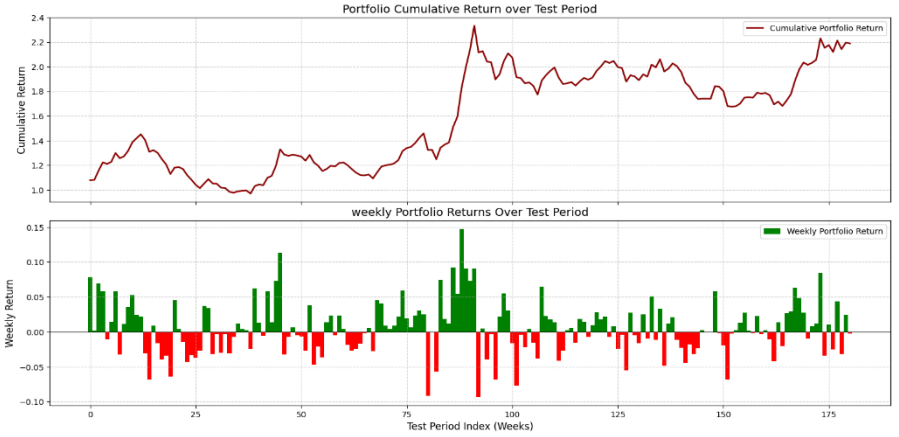
[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

جدول ۳. *پارامترهای مورداستفاده در رویکرد اول*

پارامتر	مقدار
اندازهٔ پنجرهٔ زمانی برای محاسبهٔ ماتریس کواریانس	۳۰
تأخیر (وقفهٔ زمانی)	۱۰
ابعاد ورودی	۵۵
اندازهٔ لایهٔ پنهان	۶۴
ابعاد خروجی	۵۵
تابع بهینه‌ساز	optim.Adam: بهینه‌ساز آدام
نرخ یادگیری	۰/۰۰۱
معیار آموزش	nn.MSELoss: میانگین مربعات خطا

عملکرد مدل اصلی پژوهش؛ یعنی شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با رهیافت تجزیهٔ چولسکی بر داده‌های تست در شکل ۶ ارائه شده است. شکل زیرین بازده‌های هفتگی کسب‌شده و شکل بالا، بازده تجمعی کسب‌شده بر داده‌های تست است.



شکل ۶. بازده‌های هفتگی و بازده تجمعی بر داده‌های تست با رویکرد LSTM+CHOLOSKY

۲-۴ رویکرد مدل پنهان مارکوف

در این رویکرد سری زمانی قابل‌مشاهده برابر سری بازده هفتگی ده دارایی است و توزیع بردار بازده به‌صورت نرمال چندمتغیره (در اینجا توزیع نرمال ده متغیره) در نظر گرفته می‌شود.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

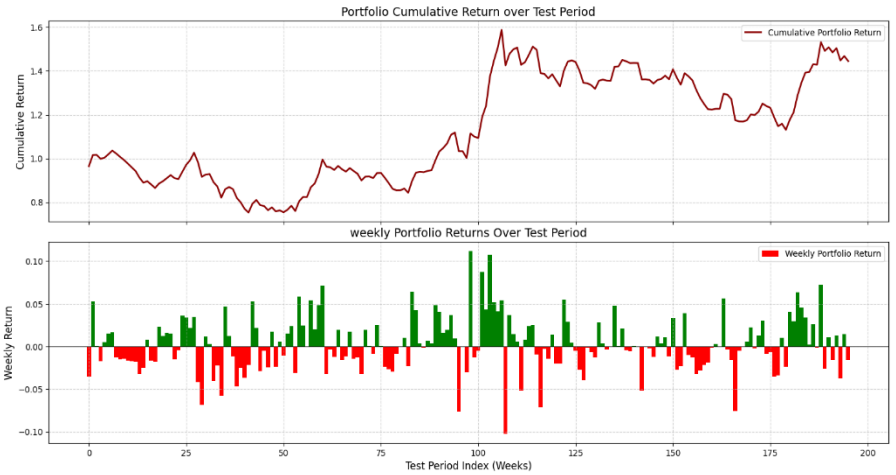
[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

برای برنامه‌نویسی این مدل از کتابخانهٔ hmmlearn در زبان برنامه‌نویسی پایتون با پارامترهای جدول ۴ استفاده شد.

جدول ۴. *پارامترهای مورداستفاده در مدل پنهان مارکوف*

پارامتر	مقدار
نوع خروجی	توزیع نرمال چندمتغیره
نوع و تعداد فضای حالت	گسسته و شامل ۳ حالت
توزیع اولیهٔ حالات	$A = [0.33 \quad 0.33 \quad 0.33]$

بدین صورت، بردار بازده و ماتریس کواریانس برای هفته‌های تست به‌صورت یکجا محاسبه می‌شود و الگوریتم تجمعی ذرات نیز سبد بهینهٔ میانگین–واریانس را به‌دست می‌دهد. عملکرد مدل پنهان مارکوف بر داده‌های تست در شکل (۲) ارائه شده است. شکل زیرین بازده‌های هفتگی کسب‌شده و شکل بالا، بازده تجمعی کسب‌شده روی داده‌های تست است.



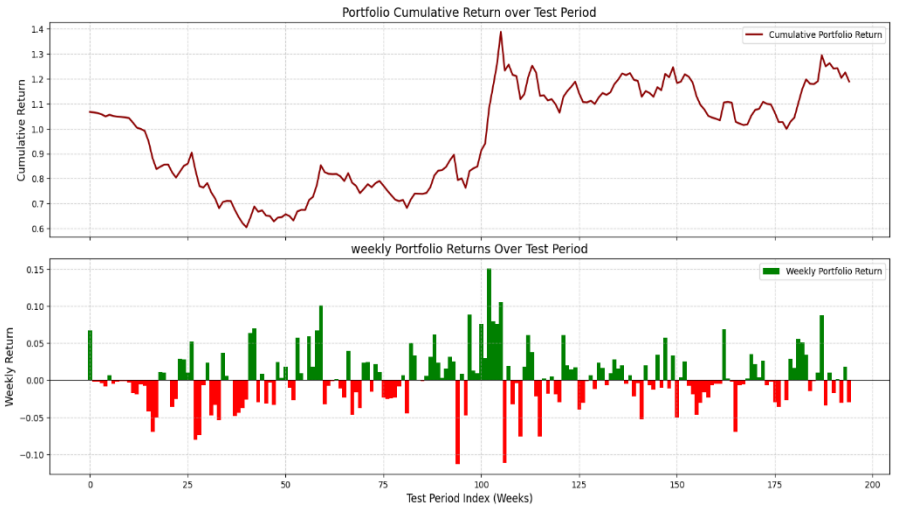
شکل ۷. بازده های هفتگی و بازده تجمعی بر داده‌های تست با رویکرد پنهان مارکوف

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

۳-۴ رویکرد DCC-GARCH

در این رویکرد برای پیش‌بینی ماتریس کواریانس از مدل پایهٔ GARCH(1,1) و برای کدنویسی آن از کتابخانهٔ ARCH در محیط برنامه‌نویسی پایتون استفاده شد. عملکرد مدل DCC-GARCH بر داده‌های تست در شکل (۳) ارائه شده است. شکل زیرین بازده‌های هفتگی کسب‌شده و شکل بالا، بازده تجمعی کسب‌شده بر داده‌های تست است.



شکل ۸. بازده‌های هفتگی و بازده تجمعی بر داده‌های تست با رویکرد DCC-GARCH

۴-۴ مقایسهٔ عملکرد مدل‌ها

برای مقایسهٔ عملکرد مدل‌های سه‌گانهٔ پژوهش، مقادیر پنج معیار مطابق جدول ۵ بر هفته‌های تست استخراج شد.

جدول ۵. مقایسهٔ عملکرد مدل‌های سه‌گانهٔ پژوهش

معیار	LSTM با رهیافت تجزیه چولسکی	مدل پنهان مارکوف	مدل DCC-GARCH
میانگین بازده هفتگی	۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۲۴	۰/۰۰۱۶
ریسک (انحراف معیار)	۰/۰۳۸	۰/۰۳۱۸	۰/۰۳۷۸
نسبت شارپ	۰/۱۳	۰/۰۷	۰/۰۴۲۲
حداکثر افت سرمایه	٪۳۳	٪۲۸	٪۴۳
بازده تجمعی	۲/۴۲	۱/۴۶	۱۹/۱

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

عملکرد سودآوری مدل شبکهٔ حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با رهیافت تجزیهٔ چولسکی در جدول ۵ ارائه شده است. بدین صورت، انتظار می‌رود به کمک این سبد بتوان به میانگین بازده هفتگی ۰/۰۰۵ با تحمل ریسک ۰/۰۳۸ دست یافت. نسبت پاداش به ریسک یا نسبت شارپ این رویکرد نیز ۰/۱۳ است. بازده تجمعی روی کل دورهٔ تست؛ یعنی ۱۷۹ هفته برابر ۲/۴۲ است. همچنین، باتوجه‌به حداکثر افت سرمایه، سبد نسبت به بلندترین قلهٔ خود افت ۳۳ درصدی داشته است. جدول ۵ نشان می‌دهد که در رویکرد پنهان مارکوف میانگین بازده هفتگی و بازده تجمعی و نسبت شارپ در مقایسه با رویکرد اصلی پژوهش به نصف کاهش یافته‌اند؛ درحالی‌که با کمی اغماض، ریسک و حداکثر افت سرمایه در یک سطح باقی مانده‌اند. همچنین، نتایج جدول ۵ نشان می‌دهد که رویکرد DCC-GARCH در مقایسه با دو رویکرد دیگر، ضعیف‌ترین عملکرد را داشته است.

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

بازارهای مالی به‌طور ذاتی ویژگی‌هایی غیرایستا دارند. بازده دارایی‌ها، واریانس‌های آن‌ها، و بخصوص کواریانس بین دارایی‌های مختلف تحت تأثیر عوامل متعددی قرار دارند که در طول زمان تغییر می‌کنند. اتکا به تخمین‌های ایستا که تنها براساس داده‌های تاریخی گذشته محاسبه شده‌اند، اغلب به نتایج گمراه‌کننده‌ای منجر می‌شود. برای مثال، یک ماتریس کواریانس ایستا ممکن است هم‌بستگی بالایی بین دو دارایی نشان دهد که در شرایط فعلی بازار دیگر وجود ندارد؛ یا برعکس، هم‌بستگی قوی که به‌تازگی شکل گرفته را نادیده بگیرد. این امر به تخصیص دارایی نادرست، افزایش ریسک غیرمنتظره، و در نهایت کاهش عملکرد سبد سرمایه‌گذاری منجر می‌شود. بنابراین، استفاده از روش‌هایی که بتوانند مدل‌سازی این تغییرات پویا باشند را درک کنند، برای دستیابی به سبدهای بهینه و مقاوم در برابر نوسانات بازار امری ضروری است.

شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت به دلیل معماری خود می‌توانند یاد بگیرند وابستگی‌های بلندمدت در داده‌های ترتیبی را به خاطر بسپارند. همین موضوع باعث شده است ابزاری قدرتمند برای مدل‌سازی پویایی‌های پیچیدهٔ بازار به حساب بیایند. خلاف شبکه‌های عصبی بازگشتی ساده که ممکن است با مشکل محوشدن گرادیان در توالی‌های طولانی مواجه شوند، شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با استفاده از مکانیزم‌های دروازه‌ای (گیت ورودی، گیت فراموشی، گیت خروجی) قادرند اطلاعات مرتبط را مدت طولانی‌تری حفظ کنند. این ویژگی‌ها شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت را برای پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی مناسب می‌سازد، که اغلب الگوهای پیچیده و

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

وابستگی‌های غیرخطی دارند. با استفاده از شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت می‌توان پارامترهای سبد سهام، به‌ویژه ماتریس کواریانس را به‌صورت پویا پیش‌بینی کرد؛ یعنی با دریافت داده‌های جدید، مدل می‌تواند به‌روزرسانی پیش‌بینی‌های خود را به‌روزرسانی کند و تصویری نزدیک‌تر به واقعیت بازار ارائه دهد.

یکی از چالش‌های فنی مهم در استفاده از شبکه‌های شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای پیش‌بینی ماتریس کواریانس، تضمین این است که ماتریس پیش‌بینی‌شده یک ماتریس «مثبت معین» باشد. خروجی مستقیم یک شبکهٔ عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت، به‌طور پیش‌فرض، تضمینی برای مثبت معین‌بودن ندارد و ممکن است ماتریس حاصل، دارای مقادیر منفی در مقادیر ویژه یا غیرقابل محاسبه‌بودن معکوس آن باشد که آن را برای کاربردهای بهینه‌سازی نامناسب می‌سازد. برای حل این مشکل، پژوهش حاضر از تجزیهٔ چولسکی بهره می‌برد. تجزیهٔ چولسکی یک ماتریس هرمیتی و مثبت معین را به حاصل‌ضرب یک ماتریس پایین‌مثلثی و ترانهادهٔ آن تجزیه می‌کند. با بازتعریف مسئله، می‌توان از شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت برای پیش‌بینی پارامترهای ماتریس پایین مثلثی استفاده کرد.

در این پژوهش با هدف بهینه‌سازی پویای سبد سهام میانگین–واریانس متشکل از ده شاخص عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران در بازهٔ زمانی ۱۳۹۰ تا پایان خرداد ۱۴۰۴، عملکرد سه رویکرد پیشرفته شامل مدل شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با تجزیهٔ چولسکی، مدل مارکوف پنهان، و مدل DCC-GARCH موردارزیابی و مقایسه قرار گرفت. افق زمانی هفتگی سبب شد تا ۷۱۸ بازده محاسبه و به‌عنوان ورودی مدل‌ها مورداستفاده قرار گیرد. نتایج حاصل از رویکرد شبکهٔ عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت با تجزیهٔ چولسکی نشان داد که این مدل توانایی بالایی در استخراج الگوهای پویای موجود در ماتریس کواریانس و پیش‌بینی بازده‌ها دارد و در مقایسه با دو مدل دیگر از منظر شاخص‌های کارایی عملکرد برتری محسوسی ارائه کرده است. میانگین بازده هفتگی این مدل برابر ۰/۰۰۵۰، ریسک ۰/۰۳۸، نسبت شارپ ۰/۱۳، و بازده تجمعی ۲/۴۲ برآورد شد که نسبت به مدل پنهان مارکوف و DCC-GARCH سودآوری بیشتر و پایداری نسبی بالاتری دارد. در مقابل، مدل پنهان مارکوف با میانگین بازده ۰/۰۰۲۴و بازده تجمعی ۱/۴۶ پویایی محدودی دارد و مدل DCC-GARCH باوجود سادگی و تئوریک‌بودن ساختار، کمترین عملکرد را در بازدهی و کنترل ریسک نشان داد (بازده تجمعی ۱/۱۹و نسبت شارپ ۰/۰۴۲). این نتایج حکایت از آن دارد که مدل‌های یادگیری عمیق، به‌ویژه ترکیب شبکه‌های عصبی حافظهٔ بلندمدت و کوتاه‌مدت

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

و تجزیهٔ چولسکی، قابلیت مناسب‌تری برای مدل‌سازی ساختار هم‌خطی و غیربازگشتی و همچنین الگوهای زمانی پیچیدهٔ بازار سرمایهٔ ایران دارند.

پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی از معماری‌های پیشرفته‌تری، مانند شبکه‌های تحول‌گر[1] یا شبکه‌های هیبریدی CNN-LSTM برای بهبود دقت پیش‌بینی ماتریس کواریانس استفاده شود. افزون بر آن، بهره‌گیری از داده‌های اقتصاد کلان و شاخص‌های رفتاری بازار (نظیر احساس سرمایه‌گذار یا حجم معاملات) به ارتقای کیفیت برآورد ریسک کمک می‌کند. همچنین، بررسی عملکرد مدل ترکیبی در افق‌های زمانی کوتاه‌تر، مانند روزانه یا بلندمدت‌تر از هفتگی، و ارزیابی تأثیر هزینه‌های معاملاتی در نتایج بازدهی واقعی، مسیرهای ارزشمندی برای توسعهٔ پژوهش‌های آتی در مدیریت بهینهٔ سبد سهام در بازارهای نوظهوری همچون ایران فراهم می‌آورد.

فهرست منابع

اسفندیار، م.، کرامتی، م.ع.، و غلامی جمکرانی، ر. (۱۴۰۱). بهینه‌سازی پورتفوی سهام در بورس اوراق بهادار تهران (کاربرد رهیافت یادگیری تقویتی). *مدلسازی اقتصادی*، ۱۶(۵۸)، ۵۱_۶۶.

اقتصاد، ا.ع. و محمدی، ع. (۱۴۰۲). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری به کمک پیش‌بینی بازده مورد انتظار با استفاده از روش‌های شبکهٔ عصبی LSTM، جنگل تصادفی و ARIMA. *چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۱۳(۴۳)، ۹_۲۸.

کیانی‌زاده، ح.، باغانی، ع.، و حمیدیان، م. (۱۴۰۲). مقایسهٔ دقت مدل‌های منتخب یادگیری ماشین جهت پیش‌بینی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار. *بورس اوراق بهادار*، ۱۶(۶۲)، ۷۵_۱۰۲.

هراتی‌زاده، س.، و رضایی، ف. (۱۴۰۲). ارائه روشی جدید برای بهره‌گیری از یادگیری ماشین در فرآیند بهینه‌سازی سبد سهام. *تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات*، ۸(۲)، ۵۲۷_۵۳۹.

Agal, S., Raulji, K., & Odedra, N. D. (2025). A machine learning approach to risk based asset allocation in portfolio optimization. *Scientific Reports*, 15, 42263.

Espiga-Fernández, F., García-Sánchez, Á., & Ordieres-Meré, J. (2024). A systematic approach to portfolio optimization: A comparative study of reinforcement learning agents, market signals, and investment horizons. *Algorithms*, 17(12), 570.

[1] transformer

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

Fan, Y. (2025). Enhancing Investment Strategies with LSTM-based Stock Prediction and Mean-Variance Portfolio Optimization. *Advances in Economics, Management and Political Sciences*, 182, 110–117.

Kevin, J., & Yugopuspito, P. (2025). Hybrid LSTM and PPO networks for dynamic portfolio optimization. *arXiv*.

Li, H., & Liu, T. (2023). Portfolio optimization based on the LSTM forecasting model. *Advances in Economics, Management and Political Sciences*, 48, 97–106.

Li, X. (2025). LSTM-based portfolio optimization strategy. *Highlights in Business, Economics and Management*, 50, 347–354.

Majumder, R., Ji, Q., & Neerchal, N. K. (2024). Optimal stock portfolio selection with a multivariate hidden markov model. *arXiv*.

Taljaard, B. (2025). Regime-based portfolio optimisation: A hidden Markov model approach for fixed income portfolios. *European Stability Mechanism Working Paper*.

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

Journal of Monetary & Banking Research
Vol. 19, No. 68, Summer 2026
pages 355-380

Mean-Variance Portfolio Based on Covariance Matrix Prediction with LSTM Networks Using Cholesky Decomposition Approach

Seifollah Heidari[1] Amir Mohammadzadeh[2]
Soheila Khishtandar[3]

Received: 15-Apr -2026 Accepted: 01-Jun -2026

Abstract

The Markowitz mean-variance model is based on minimizing risk at different expected return levels. However, the key to success in this approach relies on accurately predicting the return vector and the dynamic covariance matrix among assets, as these relationships are constantly changing, and understanding this dynamism is crucial for achieving an optimal portfolio. The present research utilizes Long Short-Term Memory (LSTM) networks for the dynamic prediction of the covariance matrix, with its innovation lying in addressing the issue of the predicted covariance matrix not being positive definite by employing the Cholesky decomposition approach. In this study, the mean-variance approach was used to optimize a portfolio consisting of 10 major Tehran Stock Exchange indices over the period 1390 to 1404, comparing three models: LSTM networks with Cholesky decomposition, Hidden

[1] PhD Candidate, Islamic Azad University, Qazvin Branch, Faculty of Management and Accounting; 4051107663@iau.ir (This article is derived from the PhD dissertation of Seifollah Heidari)

[2] Associate Professor, Islamic Azad University, Qazvin Branch, Faculty of Management and Accounting (Corresponding Author); amir126@iau.ac.ir

[3] Assistant Professor, Islamic Azad University, Qazvin Branch, Faculty of Management and Accounting; soheila.khishtandar@iau.ac.ir

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]

Markov, and DCC-GARCH. The results showed that the LSTM model, with a weekly average return of 0.0050, risk of 0.038, Sharpe ratio of 0.13, and cumulative return of 2.42, demonstrated significant superiority over the other two models in controlling risk and profitability. This superiority stems from LSTM's ability to model the complex and dynamic patterns of the Iranian capital market.

Keywords: Long Short-Term Memory Network; Cholesky Decomposition, Hidden Markov Model, DCC-GARCH Model
JEL Classification: G11, C45, C53, C61, G17

[Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-08]

[DOI: 10.66224/jmbr.19.68.355]