

مدل سازی آستانه‌های اعطای اعتبار در بانک‌ها: رویکردی نوین مبتنی بر الگوریتم هوش مصنوعی BN

سمیه اعظمی⁺

مهرداد جیحونی‌پور^{*}

سهراب دل‌انگیزان[#]

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۰۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۲۵

چکیده

در فضای نظارتی و رقابتی پیچیده صنعت بانکداری، بهبود مستمر مدل‌های رتبه‌بندی داخلی به ضرورتی راهبردی برای مؤسسات مالی تبدیل شده است. به‌رغم پیشرفت‌های قابل‌توجه در روش‌های آماری و الگوریتم‌های یادگیری ماشین، تخصیص بهینه تسهیلات اعتباری و تعیین سقف اعتباری متقاضیان همچنان از چالش‌های اساسی مدیران ریسک و اعتباری محسوب می‌شود. این مقاله یک رویکرد آماری نوین مبتنی بر هوش مصنوعی ارائه می‌دهد که امکان تخمین حداکثر اعتبار مجاز و شناسایی عوامل مؤثر بر آن را فراهم می‌کند. هدف پژوهش مشخص کردن حدود آستانه‌ای برای اعطای اعتبار، براساس سیاست‌های اعتباری بانک از طریق تعیین دامنه قابل‌قبول احتمال نکول و میزان ریسکی است که در اعطای تسهیلات می‌پذیرد. در این مطالعه، دو سناریو با روابط علی متفاوت بین متغیرهای تأثیرگذار بر نکول بررسی شده است که به مدیران بانک در تصمیم‌گیری آگاهانه کمک می‌کند. مدل ارائه‌شده ابزاری برای محاسبه احتمال نکول و تعیین اعتبار قابل‌تخصیص است. خروجی این مدل به‌گونه‌ای طراحی شده است که به‌راحتی در شعب بانک پیاده‌سازی شود و به مدیران در بهینه‌سازی تصمیمات اعتباری کمک کند.

^{*} دکتری اقتصاد دانشگاه رازی (نویسنده مسئول)؛ mehrdad.j6742@yahoo.com

⁺ دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه رازی؛ s.azami@razi.ac.ir

[#] استاد گروه اقتصاد دانشگاه رازی؛ sohrabdelangizan@gmail.com

این مقاله برگرفته از رساله دکتری آقای مهرداد جیحونی‌پور در رشته اقتصاد به راهنمایی دکتر سمیه اعظمی در دانشگاه رازی است.

واژه‌های کلیدی: نکول پرداخت، رتبه‌بندی اعتباری، هوش مصنوعی، حد آستانه‌ای.
طبقه‌بندی JEL: C33 , E44 , G21 , R10 , R11

۱ مقدمه

مدل رتبه‌بندی به‌عنوان تخصیص یک معیار کمی به یک تسهیلات‌گیرنده بالقوه تعریف می‌شود که تخمینی از توانایی او برای بازپرداخت تسهیلات ارائه می‌دهد. از آنجاکه بانک‌ها و مؤسسات اعتباری تجاری بخش قابل‌توجهی از سود خود را از طریق وام‌دهی به‌دست می‌آورند، علاقه زیادی به مدل‌های رتبه‌بندی آماری دارند. کار آلتمن (۱۹۶۸)^۱ نشان داد که توسعه یک مدل رتبه‌بندی داخلی با قدرت تمایز بالا امکان‌پذیر است. مدل آلتمن براساس تعداد محدودی از نسبت‌های مالی بود و پاسخی سریع برای تصمیم‌گیری درباره اعتبار ارائه می‌کرد و از این نظر کارآمد بود. از آن زمان به بعد، بانک‌ها توسعه مدل‌های رتبه‌بندی خود را شروع کرده‌اند. با این حال، دقت مدل برای بانک‌هایی که از مدل‌های رتبه‌بندی استفاده می‌کنند، بسیار مهم است.

مدل رتبه‌بندی اعتباری^۲ ابزاری حیاتی برای مدیران اعتباری و ریسک در تصمیم‌گیری‌های مربوط به اعطای تسهیلات است. این مدل با ارزیابی دقیق ریسک تسهیلات‌گیرنده، به تعیین قیمت‌گذاری مناسب تسهیلات کمک می‌کند. در نتیجه، دقت این مدل بر کاهش احتمال نکول^۳ در بانک تأثیر مستقیم دارد. همچنین، یک مدل رتبه‌بندی اعتباری کارآمد، بهینه‌سازی سرمایه نظارتی را تسهیل می‌کند و امکان تخصیص سرمایه بانک به پروژه‌های سودآورتر را، با رعایت محدودیت‌های نظارتی رویکرد پیشرفته اندازه‌گیری ریسک^۴ قوانین بال، فراهم می‌سازد (هامرل و همکاران^۵، ۲۰۰۳). در نهایت، اندازه‌گیری دقیق‌تر ریسک مدیران بانک را قادر می‌سازد تصمیمات آگاهانه‌تری درباره تمديد تسهیلات و استفاده از ابزارهای مشتقه برای پوشش ریسک اتخاذ کنند.

در سال‌های اخیر با توسعه مستمر اینترنت، ادغام فناوری و امور مالی عمیق‌تر به تحولات شگرفی در صنعت مالی منجر شده است. با تحریک تأمین مالی مصرف‌کننده، تقاضا برای کسب‌وکارهای اعتباری مختلف در حال رشد است و باید یک مدل ارزیابی ریسک

¹ Altman

² credit rating

³ Probability of Default (PD)

⁴ Advanced internal ratings-based approach (IRBA)

⁵ Hamerle et al.

معقول و قابل‌اعتماد ایجاد شود (وانگ و همکاران^۱، ۲۰۲۰). یکی از مهم‌ترین کاربردهای مدل‌های رتبه‌بندی اعتباری، تعیین سقف اعتبار است که تمرکز اصلی این مقاله را شامل می‌شود. سقف اعتبار حداکثر مبلغی است که یک مدیر اعتباری به تسهیلات‌گیرنده اجازه می‌دهد تا در یک بازه زمانی مشخص، بدون نیاز به بررسی مجدد پرونده اعتباری، بدهکار شود. در این مقاله، این مبلغ براساس درخواست تسهیلات‌گیرنده و بررسی شاخص‌های گوناگون و با استفاده از رویکرد مدل‌سازی شبکه‌های بیزی^۲ به‌عنوان یکی از روش‌های هوش مصنوعی تعیین می‌شود. در واقع، نوآوری پژوهش ارائه روشی خلاقانه با استفاده از هوش مصنوعی است و مستقیماً به این پرسش کلیدی پاسخ می‌دهد به چه افرادی و با سقف چه مبلغی می‌توان تسهیلات اعطا کرد.

به‌طور کلی در این پژوهش، سعی می‌شود خلاهای پژوهشی در حوزه موردنظر با به‌کارگیری یک مدل دارای دقت و استحکام جهت تصمیم‌گیری، براساس مبانی نظری موجود، نظر خبرگان مسلط به موضوع، استادان دانشگاه مرتبط با این حوزه، و همچنین، مدیران اجرایی مرتبط به‌درستی بررسی شود. همچنین، به‌نظر می‌رسد پیش‌بینی احتمال نکول پرداخت و ارزیابی ریسک‌های اعتباری مشتریان با استفاده از یک تکنیک یادگیری جدید، به بررسی جامع و تحلیل نتایج نیاز داشته باشد.

در بخش ۲ این مقاله، مبانی نظری درباره ریسک اعتباری و نیز عوامل مؤثر بر ریسک اعتباری مشتریان جهت تخمین مدل توضیح داده خواهد شد؛ در بخش ۳، پیشینه پژوهش و در بخش ۴، روش‌شناسی پژوهش و برخی از مفاهیم اساسی شبکه‌های بیزی تبیین خواهد شد. برآورد احتمال نکول و نتایج تخمین مدل در بخش ۵ معرفی می‌شوند و در نهایت در بخش ۶، نتایج برگرفته از پژوهش و پیشنهادهای سیاستی ارائه خواهد شد.

۲ مبانی نظری

اعتبار مصرفی ابزاری قدرتمند در دستان خانوارها برای مدیریت مالی و حفظ سطح رفاه است. این ابزار به‌ویژه در شرایطی که درآمد جاری خانوار با نوسانات مواجه می‌شود، اهمیت خود را نشان می‌دهد. کارکردهای کلیدی اعتبار مصرفی عبارت‌اند از:

¹ Wang et al.

² Bayesian Networks (BNs)

تثبیت مصرف در شرایط کاهش درآمد. هنگامی که درآمد جاری خانوار به‌طور موقت کاهش می‌یابد و دارایی‌های نقدی کافی برای جبران این کاهش وجود ندارد، اعتبار مصرفی می‌تواند به‌عنوان یک منبع مالی جایگزین، سطح مصرف خانوار را در راستای درآمد دائمی آن حفظ کند.

تأمین مالی برای افراد با انتظار افزایش درآمد. افرادی که انتظار دارند در آینده درآمدشان افزایش یابد، مانند دانشجویان، می‌توانند با استفاده از اعتبار مصرفی، سطح مصرف خود را در زمان حال، بالاتر از درآمد فعلی خود نگه دارند.

دسترسی به منابع مالی در شرایط اضطراری. در شرایطی که خانوارها وجوه خود را در صندوق‌های بازنشستگی یا سایر دارایی‌های غیرنقدی نگهداری می‌کنند و در عین حال با کاهش موقت درآمد مواجه می‌شوند، اعتبار مصرفی می‌تواند به‌عنوان یک راهکار موقت، رفاه آن‌ها را تأمین کند.

از مزایای استفاده از اعتبار مصرفی می‌توان به جلوگیری از کاهش ناگهانی سطح زندگی، ایجاد فرصت برای سرمایه‌گذاری در آینده، و افزایش انعطاف‌پذیری مالی خانوارها اشاره کرد. بنابراین، اعتبار مصرفی می‌تواند نقش بسیار مهمی در برنامه‌ریزی مالی خانوارها ایفا کند. همچنین، اهمیت اعتبار مصرف‌کننده در اقتصاد ایران را می‌توان با حجم قابل‌توجه تسهیلات خرد اعطایی به خانوارها در سال ۱۴۰۲ نشان داد. طبق آمار، بانک‌ها و مؤسسات اعتباری در این سال، مبلغ ۱۰,۳۳۸,۳۸۶ میلیارد ریال تسهیلات خرد به خانوارها پرداخت کرده‌اند. این رقم معادل ۵ درصد از تولید ناخالص داخلی^۱ کشور و ۱۶ درصد از کل مصرف بخش خصوصی است. از منظر بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، تسهیلات خرد بخش مهمی از فعالیت‌های آن‌ها محسوب می‌شود و بیش از ۲۲ درصد از کل تسهیلات شبکه بانکی را تشکیل می‌دهد. از آنجاکه این تسهیلات بخش قابل‌توجهی از دارایی‌های بانک‌ها و مؤسسات اعتباری را به خود اختصاص می‌دهد، نکول آن‌ها می‌تواند تأثیرات منفی قابل‌توجهی بر توانایی تسهیلات‌دهی به سایر بخش‌های اقتصادی داشته باشد. به همین دلیل، کارایی فرایند اعطای اعتبار از سوی بانک‌ها و مؤسسات اعتباری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این کارایی نه‌تنها بر حجم قراردادهای مالی تأثیر می‌گذارد، بلکه بر رفاه

¹ Gross Domestic Product (GDP)

خانوارها و ثبات بازارهای مالی نیز اثرگذار است. با توجه به این موارد، بررسی ریسک اعتباری و برآورد احتمال نکول تسهیلات خرد به‌مرور زمان اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. در نظام گسترده بانکی کنونی، شکاف اطلاعاتی موجود میان اعتباردهنده و اعتبارگیرنده، که از آن با عنوان عدم‌تقارن اطلاعات یاد می‌شود، اساس علمی شکل‌گیری نظام سنجش اعتبار و صنعت تسهیم اعتبار را تشکیل می‌دهد. عدم‌تقارن اطلاعات میان اعتباردهنده و اعتبارگیرنده موجب ایجاد انتخاب نامساعد^۱، مخاطرات اخلاقی^۲ در زمینه تسهیلات اعتباری، و در نتیجه کاهش عملکرد اعتباردهندگان و همچنین، افزایش قابل‌توجه مطالبات غیرجاری خواهد شد. انتخاب نامساعد نوعی رفتار فرصت‌طلبانه است و هنگامی رخ می‌دهد که در آن یک فرد با اطلاعات بیشتر از مبادله سود می‌برد و مزیت کسب می‌کند یا اساساً در جایی بروز می‌کند که یک فرد مطلع با یک فرد با اطلاعات کمتر درباره یک مشخصه خاص غیرقابل‌مشاهده^۳ از وی (فرد مطلع) قرارداد می‌بندد. افرادی که با درجه معینی از ریسک از بانک‌ها اعتبار می‌گیرند، درباره اندازه ریسک و وضعیت خود بیش از بانک‌ها اطلاعات دارند. مخاطره اخلاقی نوعی اقدام فرصت‌طلبانه است که در آن فرد با اطلاعات بیشتر از طریق یک اقدام غیرقابل‌مشاهده^۴ از فرد با اطلاعات کمتر مزیت می‌گیرد. می‌توان گفت که تفاوت میان انتخاب نامساعد و مخاطره اخلاقی به تمایز میان «ویژگی مشاهده‌نشده» و «اقدام مشاهده‌نشده» برمی‌گردد.

ریسک اعتباری^۵ ریسکی است که از نکول/قصور طرف قرارداد یا در حالت کلی‌تر، از اتفاقی اعتباری پدید می‌آید. از نظر تاریخی، این ریسک معمولاً درباره اوراق قرضه در نظر گرفته می‌شد؛ بدین‌ترتیب که قرض‌دهندگان از بازپرداخت وام اعطایی به قرض‌گیرنده اطمینان نداشتند. از این‌رو، از این ریسک با نام ریسک نکول یاد می‌شود. ریسک اعتباری ناشی از ناتوانی یا عدم‌تمایل دریافت‌کننده تسهیلات در بازپرداخت آن است. این عدم‌ایفای تعهدات می‌تواند ناشی از رکود شرایط کسب‌وکار یا دیگر عوامل اقتصادی باشد که دریافت‌کننده تسهیلات با آن مواجه است. بدین‌ترتیب، ریسک اعتباری عبارت است از احتمال کاهش ارزش یا بی‌ارزش‌شدن برخی از دارایی‌های بانک؛ یعنی تسهیلات اعطایی آن

¹ adverse selection

² moral hazard

³ unobserved characteristic

⁴ unobserved action

⁵ credit risk

بر اثر عدم ایفای تعهدات دریافت‌کننده تسهیلات به بازپرداخت اصل و فرع آن. با توجه به اینکه رقم سرمایه بانک‌ها در قیاس با کل ارزش دارایی‌های آن‌ها کم است، حتی اگر درصد کمی از تسهیلات اعطایی قابل وصول نباشند، بانک با خطر ورشکستگی مواجه خواهد شد (مهرآرا و همکاران، ۱۳۹۰). ریسک اعتباری در کنار ریسک بازار و ریسک عملیاتی، یکی از سه دسته اصلی ریسکی است که بانک‌ها با آن‌ها مواجه‌اند و بیشترین سهم از دارایی‌های موزون به ریسک^۱ را در اکثر بانک‌ها به خود اختصاص می‌دهند؛ به‌ویژه، پس از بحران مالی جهانی و از آنجاکه مطالبات غیرجاری به جدی‌ترین مشکل بسیاری از بانک‌ها و نظام بانکی تبدیل شده‌اند، مطالعات متعددی برای درک عوامل تعیین‌کننده و پویایی این پدیده منتشر شد. رویکرد تجربی کلی این است که مطالبات غیرجاری از طریق دو گروه عوامل تعیین می‌شوند: مربوط به کشور و مربوط به بانک. به‌طور خاص، شرایط اقتصاد کلان، مانند رشد تولید ناخالص داخلی (همنز و سئورینا^۲، ۲۰۰۶؛ آناستاسیو و همکاران^۳، ۲۰۱۶)، بیکاری (رینالدی و سانچس-آرلانو^۴، ۲۰۰۶؛ لوزیس و همکاران^۵، ۲۰۱۲)، نرخ بهره (اسپینوزا و پراساد^۶، ۲۰۱۰؛ لوزیس و همکاران، ۲۰۱۲)، تورم و تقلیل قیمت‌ها (گش^۷، ۲۰۱۵؛ انکوسو^۸، ۲۰۱۱؛ وشنشی^۹، ۲۰۱۶)، نرخ ارز (کلاین^{۱۰}، ۲۰۱۳؛ بک و همکاران^{۱۱}، ۲۰۱۵)، و همچنین، کسری تراز تجاری به نشانه ازدست‌دادن رقابت‌پذیری (کاوکو^{۱۲}، ۲۰۱۲) تعیین‌کننده اصلی مطالبات غیرجاری است. عوامل مرتبط با عملکرد بخش بانکی، مانند میزان رقابت و سطح تمرکز نیز در مطالعات بین‌کشوری برآورد شده است که بر

¹ Risk-Weighted Assets (RWAs)

² Jimenez & Saurina

³ Anastasiou et al.

⁴ Rinaldi & Sanchis-Arellano

⁵ Louzis et al.

⁶ Espinoza & Prasad

⁷ Ghosh

⁸ Nkusu

⁹ Vithessonthi

¹⁰ Klein

¹¹ Beck et al.

¹² Kauko

ریسک‌پذیری و مطالبات غیرجاری تأثیر می‌گذارد (کیک و پریئو^۱، ۲۰۱۵؛ آنجینر و همکاران^۲، ۲۰۱۴؛ کارادیمما و لوری^۳، ۲۰۲۱). همچنین، مشخص شده است که سایر ویژگی‌های مرتبط با بانک که نشان‌دهنده کیفیت مدیریت است، مانند کارایی هزینه (پودیپیرا و ویل^۴، ۲۰۰۸؛ کوچو و همکاران^۵، ۲۰۱۸)، عملکرد بانک (ماکری و همکاران^۶، ۲۰۱۴؛ لوزیس و همکاران، ۲۰۱۲؛ آناستاسیو و همکاران، ۲۰۱۹ ب) و تأمین سرمایه بانک (گش، ۲۰۱۵؛ کوچو و همکاران، ۲۰۱۸) نیز بر مطالبات غیرجاری تأثیرگذارند.

بنابراین، نظام بانکی به‌طور اساسی تحت تأثیر ریسک اعتباری است که ممکن است به رکود اقتصادی در سراسر جهان منجر شود (ماسمودی و همکاران^۷، ۲۰۱۹). همچنین، مشکلات و مسائل اعتباری از چند زاویه باعث ایجاد اثرات اقتصادی در سطح کلان و خرد می‌شود. از نظر یورتادور و همکاران (۲۰۱۹)^۸، به‌طور کلی، اثرات قصور مشتری در بازپرداخت تسهیلات (و در نتیجه افزایش وام‌های غیر در گردش^۹) عبارت‌اند از: تأثیر بر بخش بانکی^{۱۰}، تأثیر بر کفایت سرمایه^{۱۱}، تأثیر بر بخش حقیقی^{۱۲}، تأثیر بر کیفیت دارایی^{۱۳}، و تأثیر بر سودآوری^{۱۴} (یورتادور و همکاران، ۲۰۱۹).

بنابراین، سنجش صحیح ریسک اعتباری و تعیین دامنه اعطای اعتبار به بانک‌ها این امکان را می‌دهد که وام‌دهی آینده خود را به‌گونه‌ای برنامه‌ریزی کنند که مشخصه‌های

¹ Kick & Prieto

² Anginer et al.

³ Karadima & Louri

⁴ Podpiera & Weill

⁵ Koju et al.

⁶ Makri et al.

⁷ Masmoudi et al.

⁷ Non-Performing Loans

⁸ Yurttadur et al.

⁹ Non-Performing Loans (NPL)

¹⁰ banking sector

¹¹ capital adequacy

¹² real sector

¹³ asset quality

¹⁴ profitability

ریسک و بازده هدف‌گذاری شده را تحقق بخشند؛ همین امر باعث شده است ریسک اعتباری به موضوعی مهم تبدیل شود و به‌صورت گسترده از سوی پژوهشگران و مدیران بانک‌ها مورد مطالعه قرار گیرد. در ضوابط، «حداقل الزامات مدیریت ریسک اعتباری در مؤسسات اعتباری»^۱ بانک مرکزی آمده است. «مؤسسه اعتباری موظف است به‌منظور ارزیابی و تصمیم‌گیری نهایی برای اعطای اعتبار، یک سیستم رتبه‌بندی داخلی متناسب با اندازه، ماهیت، و پیچیدگی فعالیت‌های خود ایجاد کند. اخذ وثایق و تضامین به‌نحوی که تأمین کافی را برای تسهیلات یا تعهدات ایجاد کند، باید متناسب با نتایج حاصل از سیستم رتبه‌بندی داخلی باشد». در نتیجه، تهیه یک مدل ریسک اعتباری که تمام جوانب و معیارهای اعتباری متقاضیان اعتبار را با اعمال روابطی علمی، منطقی، و تجربی در نظر بگیرد، ضروری به‌نظر می‌رسد.

روش‌های زیادی برای ارزیابی و تجزیه و تحلیل ریسک اعتباری و روش‌های امتیازدهی اعتباری^۲ اتخاذ شده است. توماس و همکاران^۳ (۲۰۰۲) بیان کرده‌اند که امتیازدهی اعتباری مجموعه‌ای از مدل‌ها و روش‌های تصمیم‌گیری است که به وام‌دهندگان این امکان را می‌دهد تا مشتریان خود را به‌طور مناسب انتخاب کنند. در این زمینه، چند روش به‌کار رفته است (گارسیا و همکاران^۴، ۲۰۱۵)؛ مانند روش‌های آماری^۵ (هند و هنلی^۶، ۱۹۹۷) و روش‌های هوش مصنوعی^۷ (لسمان و همکاران^۸، ۲۰۱۵؛ لوزادا و همکاران^۹، ۲۰۱۶). روش‌های آماری شامل تجزیه و تحلیل تفکیکی خطی^{۱۰} (آلتمن، ۱۹۶۸ و رگرسیون لجستیک^{۱۱} (ابید و همکاران^{۱۲}، ۲۰۱۶) است که به‌دلیل دقت و اجرای آسان، از روش‌های

^۱ بخشنامه شماره ۱۲۱۹۱۶ / مورخ ۱۴۰۰/۰۴/۲۶ بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

^۲ credit scoring

^۳ Thomas et al.

^۴ García et al.

^۵ statistical methods

^۶ Hand & Henley

^۷ artificial intelligence methods

^۸ Lessmann et al.

^۹ Louzada et al.

^{۱۰} linear discriminant analysis

^{۱۱} logistic regression

^{۱۲} Lobna ABID et al.

محبوب امتیازدهی اعتباری محسوب می شود (لسمان و همکاران، ۲۰۱۵). برای نشان دادن تکنیک های هوش مصنوعی، می توان به ماشین های بردار پشتیبانی^۱ (هریس^۲، ۲۰۱۵؛ تامزاک و زیبا^۳، ۲۰۱۵)، شبکه های عصبی مصنوعی^۴ (ژائو و همکاران^۵، ۲۰۱۵)، درخت های تصمیم^۶ (بیجک و توماس^۷، ۲۰۱۲)، و شبکه های بیزی استناد کرد (پیرل^۸، ۱۹۸۸).

در عصر حاضر، هوش مصنوعی با توانمندی های قابل توجه خود، در راستای تسهیل و بهبود عملکرد بازارهای مالی به کار گرفته شده است. براساس روند کنونی توسعه این فناوری در سطح جهانی، انتظار می رود الگوریتم های مبتنی بر هوش مصنوعی به رویکرد غالب در حوزه پیش بینی های اقتصادی و مالی تبدیل شوند. شبکه های بیزی نوعی مدل گرافیکی هستند که به عنوان گراف های غیرمدور جهت دار شناخته می شوند. این شبکه ها در زمینه های آماری، یادگیری ماشین، و هوش مصنوعی از محبوبیت بالایی برخوردارند. شبکه های بیزی نمایش و محاسبات مؤثری از توزیع احتمالاتی مشترک روی مجموعه ای از متغیرهای تصادفی ارائه می دهند. همچنین، شبکه های بیزی شدت ارتباط بین متغیرها را به صورت کمی مدل می کنند و این امکان را فراهم می آورند که با دریافت اطلاعات جدید (شواهد)، اعتقادات شرطی درباره این متغیرها به طور خودکار و براساس قوانین احتمال به روزرسانی شوند.

۳ پیشینه پژوهش

لئونگ^۹ (۲۰۱۶) با ارزیابی امتیازدهی ریسک اعتباری با استفاده از مدل های شبکه بیزی در کشور سنگاپور، دریافت که مدل شبکه بیزی در مقایسه با مدل های رگرسیون لجستیک و

¹ Support Vector Machines (SVM)

² Harris

³ Tomczak & Zieba

⁴ Artificial Neural Networks (ANNs)

⁵ Zhao et al.

⁶ decision trees

⁷ Bijak & Thomas

⁸ Pearl

⁹ Leong

شبکه‌های عصبی، از چند بُعد از جمله دقت^۱، حساسیت^۲، درستی^۳، و منحنی مشخصه گیرنده^۴ عملکرد بهتری دارد. همچنین، وی به توانایی شبکه‌های بیزی برای مواجهه با داده‌های سانسور و متوازن^۵ نیز اشاره کرد.

اوزتورک و همکاران^۶ (۲۰۱۶) در پژوهشی، در ۱۰۶ کشور منتخب با استفاده از مدل‌های درختان طبقه‌بندی و رگرسیون، پرسپترون چندلایه^۷، ماشین‌های بردار پشتیبانی، و مدل بیز ساده^۸ پرداخت. نتایج نشان می‌دهد که روش‌های هوش مصنوعی از نظر دقت پیش‌بینی از روش آماری مرسوم بهتر عمل می‌کنند. با توجه به اندازه‌گیری دقت پیش‌بینی یک‌درجه و دودرجه، عملکرد پیش‌بینی روش‌های هوش مصنوعی از دقت ۹۰ درصد بیشتر است؛ درحالی‌که عملکرد روش آماری متداول حدود ۷۰ درصد است.

توانا و همکاران^۹ (۲۰۱۸) در مطالعه‌ای با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و مدل شبکه بیزی، به ارزیابی ریسک نقدینگی در بانکداری کشور آمریکا پرداختند. پژوهشگران به‌منظور ارزیابی مشکلات مالی مربوط به عوامل اصلی ریسک نقدینگی، از میان جدیدترین تکنیک‌های یادگیری ماشین از دو روش ANNs و BNs استفاده کردند و با اتکا به آزمایش‌های عددی حقیقی، به این نتیجه رسیدند که این دو تکنیک در آشکارسازی ریسک نقدینگی کاملاً مکمل یکدیگرند.

وانگ و همکاران (۲۰۲۰) در مطالعه‌ای در کشور چین، با مقایسه پنج مدل بیز ساده، تحلیل رگرسیون لجستیک^{۱۰}، جنگل تصادفی^{۱۱}، درخت تصمیم^{۱۲}، و k نزدیک‌ترین همسایه^{۱۳}

¹ accuracy

² sensitivity

³ precision

⁴ receiver characteristic curve

⁵ imbalanced classes and data censoring issues

⁶ Ozturk et al.

⁷ Multilayer perceptron (MLP)

⁸ Naïve Bayesian Model

⁹ Tavana et al.

¹⁰ Logistic Regression Analysis

¹¹ Random Forest

¹² decision tree

¹³ k-nearest neighbor classifier

به این نتیجه رسیدند که هریک از این پنج روش دارای نقاط قوت و ضعف‌هایی هستند که بر مبنای آن می‌توان ادعا کرد کدامیک بهترین‌اند. با این حال، نتایج این پژوهش مشخص کرد که عملکرد درخت تصادفی برحسب صحت، یادآوری، سطح زیر منحنی^۱، و دقت بهتر از سایر روش‌هاست.

مانسیسیدور و همکاران^۲ (۲۰۲۲)، با استفاده از مدل تمایز دووجهی شرطی^۳ و داده‌های رفتاری ۲۰۰۹۸ مشتری که اقدام به خرید از شرکت بانکو سانتاندر^۴ کرده‌اند (حدود ۱۰/۰۵ درصد از مشتریان) و نیز تعداد ۸۹۹۹۸ درخواست وام تأییدشده از سال ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۳ در باشگاه مشتریان شرکت با دوره بازپرداخت ۳۶ ماهه که تعداد ۱۰/۸۹۶ فقره از آن‌ها به نکول منجر شده است، به این نتیجه دست یافتند که با دسترسی به داده‌های مناسب، CBMD می‌تواند برای طراحی استراتژی‌های فروش متقابل و بازاریابی در زندگی واقعی یا برای تجزیه و تحلیل تفاوت احتمالات نکول با ترکیب داده‌های رفتاری آینده مورد استفاده قرار گیرد.

بیسنس و اسمدس^۵ (۲۰۲۳) در مقاله خود، با مطالعه ۱۵۸ مقاله در این زمینه، توصیه‌های مختلفی برای افزایش عملکرد مدل‌های ریسک اعتباری ارائه می‌کنند. از نظر آن‌ها، براساس بیش از دو دهه تحقیق و مشاوره درباره این موضوع، ایجاد مدل‌های ریسک اعتباری معمولاً شامل چهار مرحله است: جمع‌آوری و پیش‌پردازش داده‌ها، مدل‌سازی احتمال نکول (PD)، زیان ناشی از نکول (LGD)^۶، ریسک سرمایه در معرض خطر^۷، ارزیابی مدل‌های ریسک اعتباری ساخته‌شده، و سپس مرحله استقرار برای تولید آن‌ها. همچنین، پژوهشگران توصیه‌هایی برای تقویت مدل‌های ریسک اعتباری طی هریک از این مراحل نیز ارائه می‌دهند.

¹ Area Under Curve (AUC)

² Mancisidor et al.

³ Conditional Bi-Modal Discriminative (CBMD)

⁴ banco santander

⁵ Baesens and Smedts

⁶ loss given default

⁷ Exposure At Default (EAD)

کشاورز و آیتی‌گزار (۱۳۸۶) در پژوهشی به مقایسه کارکرد مدل لاجیت^۱ و روش درخت‌های طبقه‌بندی و رگرسیونی^۲ در فرایند اعتبارسنجی^۳ متقاضیان حقیقی برای استفاده از تسهیلات بانکی در ایران پرداختند. نویسندگان با مقایسه کارکرد این مدل‌ها در فرایند اعتبارسنجی متقاضیان حقیقی برای استفاده از تسهیلات، به این نتیجه رسیدند که روش غیرپارامتری درخت‌های طبقه‌بندی و رگرسیونی از دقت بالاتری در پیش‌بینی مشتریان خوب و بد دارد.

مهرآرا و همکاران (۱۳۹۰) در مطالعه‌ای با استفاده از رگرسیون لاجیت و پروبیت^۴ و مدل شبکه‌های عصبی هوشمند، به رتبه‌بندی اعتباری مشتریان حقوقی بانک پارسیان پرداخته‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که در پیش‌بینی عملکرد صحیح، شبکه‌های عصبی به مراتب بهتر از الگوی لاجیت و پروبیت است.

تاری و همکاران (۱۳۹۶) در مطالعه خود در یکی از بانک‌های خصوصی به مقایسه مدل‌های مذکور پرداختند. نتایج ارزیابی روش‌های رتبه‌بندی اعتباری از طریق بررسی سوابق مالی و مشخصات خصیصه‌ای فرد متقاضی، نشان‌دهنده این بود که عملکرد شبکه عصبی نسبت به مدل ژنتیک و لاجیت به مراتب بهتر بوده است، زیرا درجه حساسیت ۸۲/۹۲ درصد و تشخیص ۷۶/۹۲ درصد است و به‌طور کلی، این مدل توانسته است ۸۰ درصد نکول یا عدم نکول را درست پیش‌بینی کند.

بختیار و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهشی با استفاده از داده‌های پانل سه‌بعدی (استان، گروه‌های بانکی و زمان به‌عنوان سه بُعد مورد استفاده در مدل‌سازی به‌مثابه متغیرهای توضیحی) به بررسی عوامل تعیین‌کننده ریسک اعتباری در بانک‌های ایران از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۸ پرداخته‌اند. نتایج مطالعه حاکی از آن است که متغیر دسترسی به اعتبار استانی، تأثیری مثبت و متغیر اندازه بخش بانکی استانی، تأثیری منفی بر ریسک اعتباری استانی دارند. همچنین از میان متغیرهای اقتصاد منطقه‌ای، نرخ بیکاری استانی و نرخ رشد اقتصادی واقعی استانی، تأثیری مثبت بر ریسک اعتباری استانی دارند و متغیر ضریب جینی

¹ logit

² Classification And Regression Trees (CART)

³ credit bureau

⁴ probit

استانی، تأثیری منفی بر ریسک اعتباری استانی دارد. شاخص دسترسی جاده ای، به عنوان متغیری حساس در این مطالعه، تأثیری منفی بر ریسک اعتباری استانی دارد. در پژوهشی که مهرآرا و همکاران (۱۴۰۳) انجام دادند، مشتریان بانکی براساس ریسک اعتباری شان شناسایی و دسته بندی شدند و احتمال نکول آن ها با استفاده از مدل های یادگیری ماشین پیش بینی شد. نتایج حاصل از الگوریتم میانگین کا (k-means) حاکی از تقسیم مشتریان به چهار گروه اصلی بود: خوشه چهارم- این گروه شامل مشتریان پرخطر با بدهی های معوق بالا و تسهیلات نکول شده است که نیازمند نظارت دقیق هستند؛ خوشه سوم- مشتریان این دسته با بدهی های معوق بالا که در معرض انتقال به گروه پرخطر قرار دارند و به عنوان مشتریان بحران ساز شناخته می شوند؛ خوشه دوم- مشتریان با ریسک متوسط در این گروه قرار دارند. این افراد اگرچه پایدارند، نیازمند نظارت مستمر هستند؛ خوشه اول- مشتریان کم ریسک با بدهی های معوق اندک که بهترین گزینه برای اعطای تسهیلات جدید به شمار می روند. در این پژوهش، از مدل های ایکس جی بوست و لاجیت برای پیش بینی احتمال نکول مشتریان استفاده شده است.

جیحونی پور و همکاران (۱۴۰۴) با استفاده از تکنیک تصمیم گیری دیمتل به مدل سازی و شناسایی روابط علی بین عوامل اصلی ریسک اعتباری در نظام بانکی پرداختند. آن ها ۲۲ متغیر توصیف کننده ریسک اعتباری را شناسایی کردند و به دو دسته علی و معلول دسته بندی کردند. آن ها دریافتند که حرفه متقاضی دارای بیشترین تأثیرگذاری در مدل است، مبلغ هر قسط از بیشترین میزان تأثیرپذیری نسبت به سایر متغیرها برخوردار است و نیز متغیرهای درآمد سالیانه و حرفه متقاضی به ترتیب بیشترین تعامل را با سایر متغیرهای مورد مطالعه دارند. از نظر آن ها، شاخص های جمعیت شناختی و اجتماعی-اقتصادی می بایست در کنار شاخص های مالی و اعتباری در مدل های اعتبارسنجی مورد توجه بیشتری قرار گیرند.

۴ روش شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از حیث هدف پژوهشی بنیادی-کاربردی است و از حیث نحوه جمع آوری اطلاعات در دسته پژوهش های پیمایشی قرار می گیرد؛ به این صورت که ابتدا براساس ادبیات ریسک اعتباری، مطالعات تجربی، مقررات و دستورالعمل های بانک مرکزی برای مدیریت ریسک اعتباری و نظر خبرگان، متغیرهای مؤثر بر ریسک اعتباری انتخاب شدند. جامعه آماری پژوهش در مرحله کیفی شامل مدیران ارشد بانکی (با تخصص در حوزه اعتباری و ریسک) و خبرگان تحصیل کرده با شرط داشتن مدرک دکتری/ کارشناسی ارشد

اقتصاد یا مدیریت (با تخصص مالی یا بازرگانی) بود که به سؤالات مصاحبه از قبیل مهم‌ترین معیارهای مؤثر بر ریسک نکول بازپرداخت تسهیلات خرد اشخاص حقیقی چیست؟ پاسخ دادند که در پژوهش حاضر از طریق ۱۵ مصاحبه اشباع^۱ نظری حاصل شد؛ به این معنی که داده‌های جدیداً جمع‌آوری شده با داده‌هایی که قبلاً جمع‌آوری شده بودند تفاوتی نداشت و کدهای مستخرج تکراری می‌شد؛ سپس با به‌کارگیری روش دلفی^۲ درباره تعیین معیارهای مؤثر بر نکول بازپرداخت تسهیلات، با استفاده از نظرات افراد خبره در ۲ دوره، ۲۲ معیار مطرح شد تا اینکه در نهایت، با در نظر گرفتن محدودیت اطلاعات، تعداد ۱۵ متغیر به‌عنوان مهم‌ترین‌ها انتخاب شدند. هر متغیر در یکی از پنج گروه شاخص‌های جمعیت‌شناختی، شاخص‌های اجتماعی-اقتصادی، شاخص‌های مالی، شاخص‌های اعتباری و نکول قرار می‌گیرد. سن و جنس شاخص‌های جمعیت‌شناختی هستند؛ به عبارت دیگر، آن‌ها ویژگی‌های ذاتی فرد هستند و ممکن است به الگوهای رفتاری متفاوتی منجر شوند، اما تحت تأثیر خود فرد نیستند. از سوی دیگر، درباره تحصیل، شغل، محل سکونت، و تعداد افراد تحت تکفل عکس این موضوع صادق است. این متغیرها شاخص‌های اجتماعی-اقتصادی هستند و موقعیت فرد را در جامعه توصیف می‌کنند. بنابراین، توصیفی تقریبی از سبک زندگی موردانتظار فرد را ارائه می‌دهند. متغیرهای درآمد سالیانه و وضعیت مالکیت خانه متغیرهای مالی هستند. این متغیرها مبین توان مالی و نیز ثروت تسهیلات‌گیرنده‌اند. نوع اعتبار، مبلغ اعتبار، مدت اعتبار، مبلغ هر قسط، کارکرد حساب و مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی متغیرهای اعتباری هستند. آخرین متغیر، یعنی نکول، هدف برآورد بود که رفتار آن تحت بررسی است. این متغیرها در جدول ۱ مشخص شده‌اند. همچنین، براساس دانش تئوریک و نیز برداشت منطقی افراد خبره، با استفاده از تکنیک دیمتل سلسله‌مراتب متغیرهای مؤثر و روابط علی میان آن‌ها شناسایی شده است.

داده‌های این پژوهش از یک مؤسسه اعتباری خصوصی گرفته شده و حاوی اطلاعاتی درباره اعتبارات اعطایی به خانوارها طی دوره زمانی ۱۳۹۶ تا ۱۴۰۱ است. مشتریان برای تأمین مخارج خود از این مؤسسه اعتباری درخواست اعتبار کرده‌اند و درخواست آن‌ها مورد تأیید قرار گرفته است. نمونه موردبررسی در این پژوهش متشکل از ۲۸۹۸۰ مشتری حقیقی دریافت‌کننده اعتبار است که ۴۷/۰۴ درصد آن‌ها مشتری خوب (مشتریانی که به

¹ saturation

² delphi method

تعهدات خود در بازپرداخت تسهیلات عمل کرده‌اند و مرتکب نکول نشده‌اند) و ۵۲/۹۶ درصد بدهکار بد هستند (مشتریانی که مرتکب نکول شده‌اند). نمونه به صورت تصادفی و از ۱۰ درصد تسهیلات اعطایی هر شعبه مؤسسه اعتباری (به شرط اینکه از عدد ۱۰۰ تجاوز نکند) انتخاب شده است. شرط اساسی برای انتخاب مشتریان حاضر در نمونه، موجود بودن اطلاعات موردنیاز مشتریان دریافت‌کننده تسهیلات در بازه زمانی موردنظر است.

جدول ۱
تعریف متغیرها

وضعیت متغیرها	متغیرها
$1 = 18 \leq X_1 \leq 50$ ساله $2 = X_1 > 50$ ساله	سن (X_1)
$1 =$ مرد $2 =$ زن	جنسیت (X_2)
$1 =$ کارگر $2 =$ بازنشسته $3 =$ کارمند $4 =$ بازاری	حرفه (X_3)
$1 =$ صفر $2 =$ یک نفر $3 =$ بیش از یک نفر	تعداد افراد تحت تکفل (X_4)
$1 =$ یکی از کلان‌شهرها $2 =$ سایر	محل سکونت (X_5)
$1 =$ تحصیلات دانشگاهی دارد $2 =$ تحصیلات دانشگاهی ندارد	تحصیلات (X_6)
$1 =$ متقاضی مالک خانه است $2 =$ متقاضی مالک خانه نیست	مالکیت خانه (X_7)
$1 = X_8 \leq 600$ میلیون ریال $2 = 600 < X_8 \leq 1200$ میلیون ریال $3 = X_8 > 1200$ میلیون ریال	درآمد سالیانه (X_8)
$1 = 0 < X_9 \leq 250$ میلیون ریال $2 = X_9 > 250$ میلیون ریال	مبلغ اعتبار (X_9)
$1 = 0 < X_{10} \leq 12$ ماه $2 = 12 < X_{10} \leq 36$ ماه $3 = 36 < X_{10} \leq 60$ ماه	مدت اعتبار (X_{10})
$1 = X_{11} \leq 5$ میلیون ریال $2 = 5 < X_{11} \leq 15$ میلیون ریال $3 = X_{11} > 15$ میلیون ریال	مبلغ هر قسط (X_{11})
$1 =$ کارکرد حساب دارد $2 =$ کارکرد حساب ندارد	کارکرد حساب (X_{12})
$1 =$ صفر میلیون ریال $2 = 1 < X_{13} \leq 250$ میلیون ریال	مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی (X_{13})

$X_{13} > 250 = 3$ میلیون ریال	
نوع اعتبار (X14)	۱ = مباحه ۲ = قرض الحسنه
نکول پرداخت (X15)	۱ = نکول اتفاق افتاده ۲ = نکول اتفاق نیفتاده

سررسید تسهیلات حداکثر ۶۰ ماه و حداکثر مبلغ تسهیلات اعطایی به میزان دو میلیارد ریال (سقف قابل پرداخت تسهیلات خرد در دوره مورد بررسی) بوده است. زمان بقا^۱ در نمونه، که به عنوان تعداد روزهای تقویمی بین تاریخ پرداخت تسهیلات و تاریخ نکول محاسبه می شود، از ۹۱ روز تا ۱۵۳۷ روز متغیر است. زمان نکول که به عنوان تعداد روزهای تقویمی بین تاریخ بازپرداخت اقساط تسهیلات و تاریخ نکول محاسبه می شود، براساس ضوابط ابلاغی بانک مرکزی ج.ا.ا. ۶۰ روز در نظر گرفته شده است. در واقع پس از این زمان، تسهیلات به طبقات غیرجاری (ابتدا سررسید گذشته، سپس معوق و مشکوک الوصول) منتقل می شود.

ماهیت متغیرهای گردآوری شده و به طور کلی پنج دسته ای که به آنها تعلق دارند، نشان می دهد که چگونه ممکن است با یکدیگر مرتبط باشند. برخی از این روابط مستقیم خواهند بود، درحالی که برخی دیگر از طریق یک یا چند متغیر واسطه با یکدیگر ارتباط خواهند داشت (غیرمستقیم). هر دو نوع رابطه را می توان به طور مؤثر و شهودی با استفاده از یک گراف جهت دار، که یکی از دو نهاد اساسی مشخص کننده یک شبکه بیزی است، نشان داد.

۱.۴ رویکرد شبکه های بیزی

امروزه، بسیاری از مشکلات انسان ها با کمک هوش مصنوعی حل می شود. یکی از مهم ترین خصوصیات این مشکلات عدم قطعیت در آنها است. روش های زیادی در هوش مصنوعی برای کنترل عدم قطعیت پیشنهاد شده است که اکثر آنها بر پایه نظریه احتمالات و نظریه فازی بنا نهاده شده اند. در این بخش، روشی برای کنترل عدم قطعیت در مسائل بر پایه نظریه احتمالات به نام شبکه های بیزی بررسی خواهد شد. در بسیاری از سامانه های

¹ survival time

هوشمند، نیاز به جواب درخواست‌هایی است که احتمال وقوع یک رویداد را براساس تعدادی از مشاهدات می‌خواهند. به فرایند جواب‌دادن به درخواست‌ها استنتاج می‌گویند و هر فرایند استنتاج به داده‌هایی درباره قلمروی نیاز دارد که قصد کنترل عدم قطعیت آن را داریم.

شبکه‌های بیزی می‌توانند به‌طور طبیعی برای مدل‌سازی پدیده‌های مختلف در نظر گرفته شوند. شبکه‌های بیزی یک گراف بدون دور جهت‌دار (دگ)^۱ است که رئوس آن شامل اطلاعات مقادیر احتمالات شرطی می‌شود. در پژوهش پیرل (۱۹۸۸)، شبکه‌های بیزی مطابق با مفهوم استقلال شرطی در میان متغیرها تنظیم می‌شوند؛ در نتیجه، فاکتوراسیون توزیع احتمال متغیر تصادفی n بُعدی $(X_1, \dots, X_n)$ ارائه می‌شود که به شرح رابطه (۱) است:

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | P_a(X_i)) \quad (1)$$

به‌طوری‌که $P_a(X_i)$ ، والد‌های^۲ متغیرهای تصادفی X_i را نشان می‌دهد. در نتیجه، شناسایی دقیق توزیع احتمال توأم^۳ یک شبکه بیزی از طریق فراهم‌آوردن احتمالات پیشین برای همه گره‌های ریشه (گره‌های بدون پیشینی) و احتمالات مشروط^۴ برای همه گره‌های دیگر با در نظر گرفتن تمام ترکیب‌های بالقوه والدین مستقیم آن‌ها صورت می‌گیرد.

این متغیرها، همراه با دگ، شبکه بیزی را کاملاً بیان می‌کنند. بنابراین، شبکه تأسیس‌شده یک ابزار کارآمد را نشان می‌دهد تا یک نتیجه‌گیری احتمالی را انجام دهد. به‌صورت دقیق‌تر، شبکه بیزی شامل اجزا و خصوصیات زیر است:

الف- یک مجموعه از متغیرهای تصادفی، مجموعه رئوس گراف را تشکیل می‌دهند که این متغیرها می‌توانند گسسته یا پیوسته باشند.

ب- یک مجموعه از یال‌های جهت‌دار که اگر یک یال از رأس x به رأس y باشد، x را والد y می‌نامیم.

¹ Directed Acyclic Graph (DAG)

² parents

³ joint probability distribution

⁴ conditional probabilities

ج- هر گره، X_i ، یک توزیع احتمال شرطی $P(X_i | \text{rentsa}P(X_i))$ دارد که تأثیر گره‌های والد بر این گره را به صورت عددی نشان می‌دهند.

د- گراف، هیچ دور جهت‌داری ندارد و در واقع، یک گراف بدون دور جهت‌دار است. ساختار شبکه بیزی نشان‌دهنده وابستگی‌های شرطی در قلمرو است. به صورت شهودی، معنی یک یال از x به y وجود تأثیر مستقیم x بر y یا وابستگی مستقیم y به x است.

در نتیجه، رفتار یک شبکه بیزی با دو پارامتر تنظیم می‌شود: ساختار آن (گره‌ها و یال‌های بین آن‌ها) و جدول‌های احتمال همراه با گره‌ها. در واقع، ساختار و احتمالات شرطی که برای توصیف شبکه ضروری است، ممکن است از سوی متخصصان از خارج مدل تأمین شود یا از الگوریتمی که القا آن‌ها به طور سیستماتیک است، حاصل شود (چنگ و همکاران^۱، ۲۰۰۲). به گفته هکرمن و همکاران^۲ (۱۹۹۵)، یک متخصص برای ساخت یک ساختار شبکه بیزی، باید شبکه را با اتکا به دانش خود درباره روابط بین متغیرها طراحی کند؛ پس از تعیین ساختار و تعیین توزیع شرطی مربوط به گره‌ها، ساختمان داده شبکه بیزی کامل می‌شود و با استفاده از آن می‌توان توزیع توأم را به دست آورد.

۲.۴ یادگیری شبکه‌های بیزی^۳

همان‌طور که گفته شد، برای به دست آوردن یک شبکه بیزی، تعریف یک ساختار (تعریف شده از طریق یک دگ) و احتمالات شرطی منسوب به هر گره از دگ ضروری است. از این رو، برای یادگیری یک شبکه بیزی دو کار لازم است: الف- یادگیری ساختاری که به معنای شناسایی توپولوژی شبکه بیزی است و ب- یادگیری پارامتری که به محاسبه تقریبی پارامترهای عددی (به عنوان مثال، احتمالات شرطی) اشاره دارد.

۱.۲.۴ یادگیری ساختاری^۴

ساختار که همان دگ در یک شبکه بیزی است، می‌تواند از طریق دانش افراد خبره یا با یادگیری الگوریتم‌هایی که در حوزه تکنیک‌های یادگیری ماشین شرح داده شده است، تنظیم شود.

¹ Cheng et al.

² Heckerman et al.

³ learning bayesian networks

⁴ structural learning

در واقع، از آنجاکه ساختارهای زیادی وجود دارد که با همان مجموعه استقلال سازگار است، یافتن ساختار از یک مجموعه داده کار سخت و چالش‌برانگیزی است (هکرمین و همکاران، ۱۹۹۵؛ مارگاریتیز^۱، ۲۰۰۳؛ کولر و فریدمن^۲، ۲۰۱۰). به همین دلیل، شبکه‌بیزی منحصربه‌فرد نیست و به دیدگاه طراح مدل و کارشناسان ذی‌ربط بستگی دارد.

شایان ذکر است هرچه تعداد متغیرها بیشتر شود، شناسایی ساختار دشوارتر می‌شود (سوکار و مارتینز-آروئو^۳، ۱۹۹۸؛ چنگ و همکاران، ۲۰۰۲).

برای دستیابی به یک مدل علی بر مبنای داده‌های گردآوری‌شده، پژوهشگر می‌بایست بعد از شناسایی متغیرهای مؤثر در مدل، تقدم و تأخر آن‌ها را براساس دانش تئوریک و برداشت منطقی خود مشخص کند. در غیر این صورت، الگوریتم جست‌وجو بدون دانش پیشین اجرا می‌شود و ممکن است روابط علت و معلول غیرمنطقی یا با جهت‌های معکوس را شناسایی کند و در نتیجه، مدل علی نادرستی ارائه دهد. به علاوه، قصد پژوهشگر در بسیاری از پژوهش‌ها، آزمودن یک مدل علی مفروض است. بنابراین، پژوهشگر با تعیین سلسله‌مراتب متغیرها، امکان آزمودن فرضیه‌های خود را فراهم می‌کند.

در این پژوهش، براساس دانش تئوریک و نیز برداشت منطقی افراد خبره، با استفاده از تکنیک دیمتل^۴، سلسله‌مراتب متغیرهای مؤثر و روابط علی میان آن‌ها شناسایی شده است. تکنیک دیمتل را فونتلا و گابوس^۵ در سال ۱۹۷۳ در مؤسسه یادبود باتل^۶ پایه‌گذاری کرد. تکنیک دیمتل تکنیکی برای شناسایی الگوی روابط علی میان مجموعه‌ای از متغیرها استفاده می‌شود. از این دیدگاه، تکنیک دیمتل جانشین مناسبی برای مدل‌های معادلات ساختاری در زمانی است که حجم نمونه اندک باشد. اساساً، سنجش روابط بین متغیرها در برخی موارد به دیدگاه خبرگان و کارشناسان منتخبی نیاز دارد که تعداد آن‌ها اندک است و در این حالت، تکنیک دیمتل به بهترین وجه می‌تواند روابط میان متغیرها را منعکس کند.

مزیت این روش سادگی و شفافیت آن در انعکاس ارتباطات متقابل میان یک مجموعه متغیر است. برای انعکاس روابط درونی میان معیارها، از تکنیک دیمتل استفاده می‌شود؛

¹ Margaritis

² Koller and Friedman

³ Sucar and Martinez-Arroyo

⁴ Decision Making Trial and Evaluation (DEMATEL)

⁵ Fonetla & Gabus

⁶ Battelle Memorial Institute

به طوری که خبرگان قادرند با تسلط بیشتری به بیان نظرات خود در رابطه با اثرات (جهت و شدت اثرات) میان عوامل بپردازند. شایان توجه است که ماتریس حاصله از تکنیک دیمتل (ماتریس ارتباطات داخلی) هم رابطه علی و معلولی بین عوامل و هم اثرپذیری و اثرگذاری متغیرها را نمایش می دهد. ماتریس ارتباطات داخلی می تواند به عنوان بخشی از سوپر ماتریس تکنیک فرایند تحلیل شبکه ای^۱ مورد استفاده قرار بگیرد (جیحونی پور و همکاران، ۱۴۰۴).

ساختاردهی به عوامل پیچیده در قالب گروه های علت و معلولی، یکی دیگر از مهم ترین کارکردها و یکی از مهم ترین دلایل کاربرد فراوان تکنیک دیمتل در فرایندهای حل مسئله است. بدین صورت که با تقسیم بندی مجموعه وسیعی از عوامل پیچیده در قالب گروه های علت-معلولی، تصمیم گیرنده را در شرایط مناسب تری از درک روابط قرار می دهد.

الگوریتم اجرای تکنیک دیمتل در پنج مرحله پیاده سازی می شود. در مرحله اول (تشکیل ماتریس ارتباط مستقیم)، برای شناسایی الگوی روابط میان n معیار، ابتدا یک ماتریس $n \times n$ تشکیل می شود. تأثیر عنصر مندرج در هر سطر بر عناصر مندرج در ستون در این ماتریس درج می شود. از یک طیف با امتیاز صفر تا چهار برای امتیازدهی استفاده می شود؛ به طوری که اگر هیچ تأثیری وجود نداشته باشد، عدد صفر و اگر تأثیر بسیار زیاد باشد، عدد چهار استفاده می شود. همچنین، برخلاف تکنیک های AHP و ANP، در اینجا، شرط معکوسی برقرار نیست؛ یعنی اگر تأثیر عنصر A بر B برابر با سه باشد، تأثیر عنصر B بر A لزوماً یک سوم نخواهد بود و ممکن است هر عددی بین صفر تا چهار باشد. درایه های قطر اصلی، یعنی تأثیر هر عنصر بر خودش، نیز صفر در نظر گرفته می شود.

جدول ۲

طیف مورد استفاده در تکنیک دیمتل

بدون تأثیر	تأثیر خیلی کم	تأثیر کم	تأثیر زیاد	تأثیر خیلی زیاد
۰	۱	۲	۳	۴

منبع: کاشی (۲۰۱۵)

^۱ Analytic Network Process (ANP)

اگر از دیدگاه بیش از یک نفر استفاده شود، هریک از خبرگان باید ماتریس موجود را تکمیل کنند؛ سپس از میانگین ساده نظرات استفاده می‌شود و ماتریس ارتباط مستقیم X تشکیل می‌شود.

(۲)

$$X = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & x_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

برای مطالعه الگوریتم اجرای تکنیک دیمتل، می‌توان به مقالات کاشی^۱ (۲۰۱۵) و چن و همکاران^۲ (۲۰۰۷) و نیز برای مطالعه این روش در مدل‌سازی اعتباری، به مقاله جیحونی‌پور و همکاران (۱۴۰۴) مراجعه کرد.

۲.۲.۴ یادگیری پارامتری^۳

یادگیری پارامتری به معنی برآورد پارامتر است. هدف از یادگیری پارامتری شبکه بیزی، برآورد احتمال شرطی هر رأس شبکه به شرط والدینش است. پس از ساخت یک شبکه بیزی، لازم است یک سری از مقادیر احتمال از مدل طراحی شده استخراج شود که به این فرایند استنتاج می‌گویند. انواع استنتاج عبارت‌اند از استنتاج دقیق و استنتاج تقریبی. در استنتاج دقیق، مجموعه داده کامل است و برآورد میزان احتمال شرطی هر رأس شبکه از روش‌های متداول برآوردیابی مانند روش ماکسیمم درست‌نمایی^۴ و در برخی از موارد روش بیزی دقیقاً محاسبه می‌شود. در روش ماکسیمم درست‌نمایی، برآورد پارامترها با ماکسیمم کردن چگالی احتمال توأم متغیرها، یعنی براساس مجموعه داده، به دست می‌آید؛ درحالی‌که در روش بیزی برآورد پارامترها، با ماکسیمم کردن چگالی، احتمال توأم و چگالی احتمال پیشین پارامترها، یعنی با ترکیب کردن اطلاع نتیجه شده از داده‌ها با دانش پیشین درباره پارامترها به دست می‌آید. معیارهای متداول برای برآورد نقطه‌ای پارامترها در روش (ML)، برآورد (ML) و در روش بیزی، برآورد ماکسیمم احتمال پسین^۵ و میانگین احتمال

¹ Kashi

² Chen-Yi at el.

³ parametric learning

⁴ Maximum Likelihood (ML)

⁵ Maximum A Posteriori (MAP)

پسین^۱ هستند. از آنجاکه در این پژوهش، ساختار شبکه معلوم است و تمام متغیرها قابل مشاهده اند، می توان با برآورد (ML) احتمال های شرطی هر گره به شرط والدینش را از روی داده ها و دانش پیشین درباره پارامترها به دست آورد. پارامترهای یادگیری با شبکه بیزی در نرم افزار R به دست خواهند آمد.

فرض کنید که D یک مجموعه داده و N_{ijk} تعداد حالت های D باشد، وقتی گر i در وضعیت k باشد و والدینش در وضعیت z هستند، که $X_i = x_i^k$ و $Pa(X_i) = x_i^j$. توزیع $(N_{ij1}, \dots, N_{ijr_i})$ چند جمله ای است با پارامترهای $N_{ij} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{ijk}$ و $\theta_{ij} = \frac{N_{ijk} + \alpha_{ijk}}{N_{ij} + \alpha_{ij}}$ که $\theta_{ijk} = |P(X_i = x | Pa(X_i) = x^j)|$ و تخمین بیزی O_{ijk} به صورت $\alpha_{ijk} = 1$ که θ_{ijk} زیر داده شده است. در این پژوهش، ما بررسی می کنیم که θ_{ijk} باشد.

برای هر گره، یک توزیع احتمال شرطی به دست می آید. در بخش نتایج، نمونه هایی از توزیع احتمال شرطی نشان داده شده است. همچنین، نشان داده شده که توزیع احتمال توأم BN مستلزم تعیین ۱۵ احتمال شرطی است (برای هر متغیر مشروط به مجموعه والدینش یک احتمال شرطی). بنابراین، وابستگی ها به راحتی به مدل احتمالی تفسیر می شوند.

در ادامه، کاربرد شبکه بیزی در مدل سازی ریسک اعتباری بیان خواهد شد. بدین صورت که پس از اعتبارسنجی ساختار شبکه، مراحل مختلف ساخت شبکه بیزی برای مدل سازی ریسک اعتباری بیان می شود و یادگیری ساختاری و یادگیری پارامتری در دو سناریوی جداگانه مورد بررسی قرار می گیرد. مهم ترین متغیرهای اثرگذار بر نکول در هر دو سناریو برآورد می شود و توابع احتمال شرطی تشریح خواهد شد. همچنین در انتها، نتایج دو سناریو با هم مقایسه می شود.

۳.۴ اعتبارسنجی ساختار شبکه بیزی

به صورت کلی، اعتبارسنجی شبکه بیزی به دو طریق انجام می شود: ۱- استفاده از نظر خبرگان و ۲- استفاده از قواعد جداسازی (پیرل، ۱۹۸۸). اعتبارسنجی با استفاده از نظر خبرگان فرایندی تکرارشونده است؛ به این صورت که گره های (متغیرهای) مختلف آن قدر حذف و اضافه می شود تا ساختار حاصل مورد تأیید خبرگان و طراح قرار گیرد و

¹ Posterior Mean (PM)

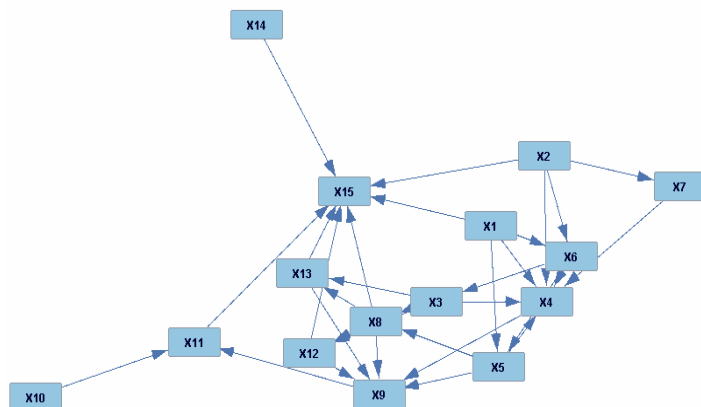
منعکس‌کننده مهم‌ترین عوامل مؤثر بر نکول تسهیلات باشد. اعتبارسنجی با قواعد جداسازی در این پژوهش انجام شده است، زیرا اساس این روش آزمون کردن استقلال شرطی گره‌هایی است که با یکدیگر هیچ ارتباطی ندارند و متصل نیستند. هنگام ساختن شبکه بیزی، گره‌های والد شبکه به‌عنوان علت نکول در نظر گرفته شده است و گره‌هایی که هیچ‌گونه اتصالی ندارند در واقع، دارای استقلال شرطی هستند و نیازی به آزمون کردن دوباره آن‌ها نیست.

۵ نتایج

۱.۵ رویکرد کمی سازی شبکه بیزی ریسک اعتباری در سناریوی یک

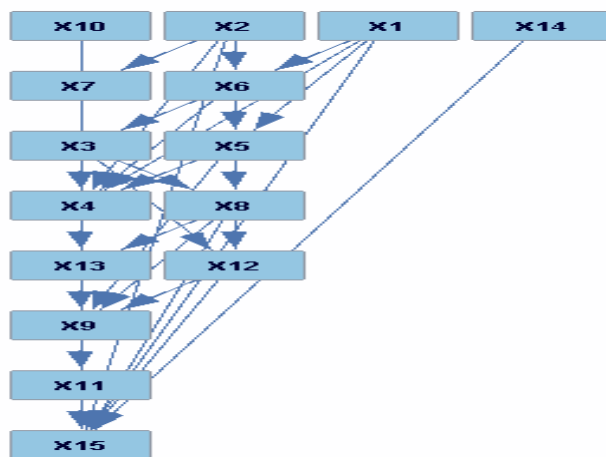
پس از بررسی ادبیات نظری و گرفتن نظر خبرگان، ابتدا در سناریوی یک، متغیرهای اثرگذار بر نکول با شدت یک تا چهار در الگوی دیمتل انتخاب شدند؛ سپس با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری در بسته نرم‌افزاری bnlearn که در نرم‌افزار R موجود است، مدل نهایی براساس الگوریتم تپهنوردی^۱ و روش برآورد ماکسیمم درست‌نمایی (ML) با استفاده از تابع امتیاز K_2 انجام شد. براین اساس، روابط بین متغیرها به‌صورت شکل ۱ استخراج شد.

¹ Hill Climbing (hc)



شکل ۱. ساختار شبکه بیزی در سناریوی یک (استخراج‌شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

همچنین، روابط بین متغیرها از نظر سلسله‌مراتبی به صورت شکل ۲ است.



شکل ۲. ساختار شبکه بیزی در سناریوی یک از نظر سلسله‌مراتبی (استخراج‌شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

آزمون آماری کولموگروف-اسمیرنوف^۱ با $P\text{-value}=0/00021$ نشان می‌دهد که شبکه بیزی به‌دست‌آمده برای داده‌ها مناسب است. سایر اطلاعات شبکه ایجادشده در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳

اطلاعات شبکه بیزی ایجادشده در سناریوی یک

تعداد گره‌ها	تعداد پال‌ها	جهت	تعداد پال‌های بدون جهت
۱۵	۳۲	۰	۳۲
Modelstring (dag)			
"[X1][X2][X10][X14][X6 X1:X2][X7 X2][X3 X6][X5 X1:X6][X4 X1:X2:X3:X5:X6:X7][X8 X3:X5][X12 X3:X8][X13 X3:X8][X9 X4:X5:X8:X12:X13][X11 X9:X10][X15 X1:X2:X8:X11:X12:X13:X14]"			

منبع: یافته‌های پژوهش

همان‌طور که شکل‌های ۱ و ۲ و شبکه بیزی ایجادشده در جدول ۳ نشان می‌دهد، رمزگشایی برخی از روابط بین متغیرها ساده است؛ به‌عنوان مثال، سن، جنس، درآمد، مبلغ هر قسط، کارکرد حساب، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی و نوع تسهیلات تأثیر مستقیمی بر نکول پرداخت دارند. از نظر برخی از خبرگان، احتمال نکول زنان کمتر از احتمال نکول مردان است، زیرا زنان ریسک‌گریزتر هستند. والدین متغیر مبلغ هر قسط، مبلغ اعتبار و مدت اعتبار هستند. کارکرد حساب هم به‌صورت مستقیم و هم به‌صورت غیرمستقیم (از طریق اثرگذاری بر مبلغ اعتبار) بر نکول تأثیر می‌گذارد. میزان کارکرد حساب متقاضی علاوه‌براینکه می‌تواند معیاری برای اطلاع از درآمد شخص و توان بازپرداخت وی باشد، این واقعیت را تقویت می‌کند که هرچه مشتری یک بانک قدیمی‌تر باشد، بانک اطلاعات بیشتری درباره رفتار بانکی‌اش دارد. رفتار اعتباری خوب پای‌بندی و تعهدپذیری مشتری در ایفای تعهداتش را نشان می‌دهد؛ ازاین‌رو، تخصیص اعتبار به مشتریان قدیمی و با سابقه رفتار خوب اعتباری می‌تواند احتمال نکول پرداخت را کاهش دهد. تعداد افراد تحت‌تکفل تأثیر مستقیمی بر مبلغ اعتبار دارد که به‌نوبه خود بر نکول

¹ Kolmogorov-Smirnov

پرداخت‌ها اثر می‌گذارد. والدین متغیر تعداد افراد تحت‌تکفل، سن، جنس، حرفه، شهر محل سکونت، تحصیلات و مالک خانه بودن است. حرفه از طریق اثرگذاری بر متغیرهای تعداد افراد تحت‌تکفل، درآمد سالیانه، کارکرد حساب و تسهیلات فعال در نظام بانکی به‌طور غیرمستقیم در نکول پرداخت‌ها اثرگذار است. درآمد سالیانه هم به‌طور مستقیم و هم به‌طور غیرمستقیم با اثرگذاری بر متغیرهای مبلغ اعتبار، کارکرد حساب، و تسهیلات فعال در نظام بانکی نکول را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. علاوه‌براین، تحصیلات که تحت‌تأثیر جنسیت و سن قرار دارد و می‌تواند نشان‌دهنده توانایی ذاتی فرد در اتخاذ تصمیمات عقلایی و سریع در انجام امور اقتصادی‌اش باشد، تأثیر غیرمستقیمی در نکول پرداخت (با اثرگذاری بر متغیرهای حرفه، تعداد افراد تحت‌تکفل و زندگی در شهر محل سکونت) دارد. معمولاً قرض‌گیرندگان با تحصیلات بالاتر از موقعیت شغلی ثابت‌تر و درآمد بالاتری برخوردارند؛ بنابراین، نرخ نکول پایین‌تری دارند. همچنین، متغیر مالکیت خانه می‌تواند به‌طور غیرمستقیم بین تسهیلات‌گیرندگان خوب و بد تفاوت قائل شوند. وضعیت سکونت تسهیلات‌گیرنده از نظر مالک یا مستأجر بودن به‌نوعی نشان‌دهنده ثروت وی است. همچنین، وضعیت سکونت، میزان تعهدات مالی تسهیلات‌گیرنده، و درآمد خالص ماهیانه وی را از طریق هزینه اجاره‌خانه تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. مدت اعتبار نشان‌دهنده ارزیابی از توانایی بازپرداخت تسهیلات‌گیرندگان است. زندگی در کلان‌شهر می‌تواند با اثرگذاری بر تعداد افراد تحت‌تکفل، درآمد سالیانه، و نیز مبلغ اعتبار به‌صورت غیرمستقیم نکول را تحت‌تأثیر قرار دهد.

براساس نتایج حاصل از یادگیری پارامتری که در پیوست‌های (الف-۱) و (پ-۱) و نیز جدول‌های پیوست (ب) ارائه شده است، با توجه به والدین متغیر نکول (سن، جنسیت، درآمد، مبلغ هر قسط، معدل حساب، مبلغ تسهیلات فعال و نوع تسهیلات) و با توجه به تحلیل روابط بین متغیرها، مشخص می‌شود که در دهک اول، بالاترین احتمالات نکول در جدول پیوست (پ-۱)، افراد دارای احتمال نکول بالای ۷۰ درصد هستند. اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۷۰ درصد دارند، بین ۱۸ تا ۵۰ سال بوده‌اند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته‌اند، مانده تسهیلات فعال کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال داشته‌اند، و تسهیلات دریافتی آن‌ها از نوع مرابحه بوده است. از این‌رو، براساس یادگیری پارامتری، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی، سن، جنسیت، درآمد سالیانه، و کارکرد حساب به‌ترتیب مهم‌ترین متغیرهای نکول هستند. همچنین، نتایج نشان می‌دهد

که بیشتر تسهیلات‌گیرندگان بدحساب به طبقه کم‌درآمد جامعه تعلق دارند. بیش از ۶۲ درصد کسانی که نکول داشته‌اند ساکن کلان‌شهرها نبوده‌اند. بیش از ۶۵ درصد این افراد فاقد تحصیلات دانشگاهی بوده‌اند و حدود ۶۵ درصد از آن‌ها هم مستأجر بوده‌اند.

براساس نتایج حاصل از دو دهک اول، بالاترین احتمالات نکول در جدول پیوست (پ-۱)، اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۶۵ درصد دارند، دارای سن بین ۱۸ تا ۵۰ سال بوده‌اند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته‌اند و مبلغ آن کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال بوده است و تسهیلات از نوع مرابحه بوده است. در دو دهک بالاترین احتمال نکول، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی، جنسیت و کارکرد حساب به‌ترتیب مهم‌ترین متغیرهای اثرگذار بر نکول هستند.

در مقایسه بین دهک اول و دو دهک اول بالاترین احتمالات نکول، ترتیب مهم‌ترین متغیرهای اثرگذار بر نکول تغییر یافته است. بنابراین، براساس سیاست‌های اعتباری و اولویت مدیران بانک، حالت‌های مختلفی از احتمالات نکول و پُریسک‌ترین / کم‌ریسک‌ترین دسته‌بندی متقاضیان را می‌توان شناسایی کرد.

در پیوست‌های (الف-۱) و (پ-۱) و نیز جدول‌های پیوست (ب)، مقادیر موردانتظار توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والدهای آن، توزیع‌های احتمال شرطی با توجه به نکول پرداخت، و توزیع‌های محتمل‌ترین وضعیت‌هایی که وقوع نکول را نتیجه می‌دهند آورده شده است.

جدول پیوست (پ-۱) رتبه‌بندی وضعیت تسهیلات‌گیرندگان را از بالاترین سطح احتمال نکول تا پایین‌ترین سطح نشان می‌دهد. این جدول رتبه‌بندی از نتایج حاصل از جدول پیوست (الف-۱) استخراج شده است.

با استفاده از توضیحات گفته‌شده، می‌توان حدود آستانه‌ای ۱۰ نمونه از تقاضای تسهیلات (متقاضیان با شرایط و درصدهای احتمال نکول متفاوت) را براساس سیاست اعتباری بانک به‌صورت پیشنهادی در قالب جدول ۴ ارائه کرد.

جدول ۴

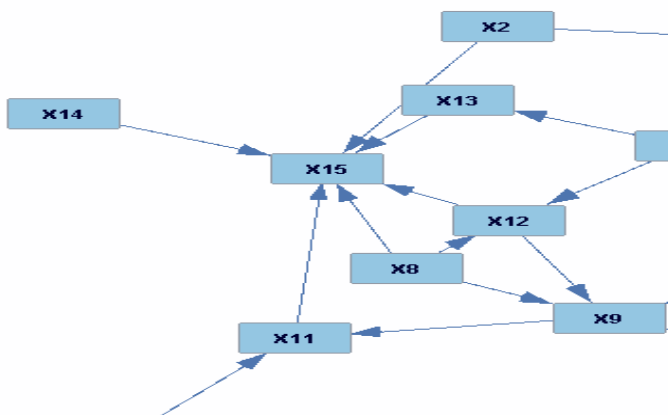
حدود آستانه های اعطای اعتبار در سناریوی یک

ردیف	شماره دهک	درصد احتمال نکول	رتبه اعتباری	سقف تسهیلات قابل اعطا به متقاضی (میلیون ریال)	سقف تعداد اقساط تسهیلات
۱	۱۰	۰	A*	۲۰۰۰	۶۰
۲	۹	۲۵	A	۱۵۰۰	۴۸
۳	۸	۳۰	B*	۱۲۵۰	۴۸
۴	۷	۳۶	B	۱۰۰۰	۳۶
۵	۶	۴۲	C*	۷۵۰	۳۶
۶	۵	۵۰	C	۵۰۰	۲۴
۷	۴	۵۴	D*	۴۰۰	۲۴
۸	۳	۶۰	D	۳۰۰	۱۸
۹	۲	۶۸	E*	۲۰۰	۱۲
۱۰	۱	۷۵	E	صفر	-

منبع: یافته های پژوهش

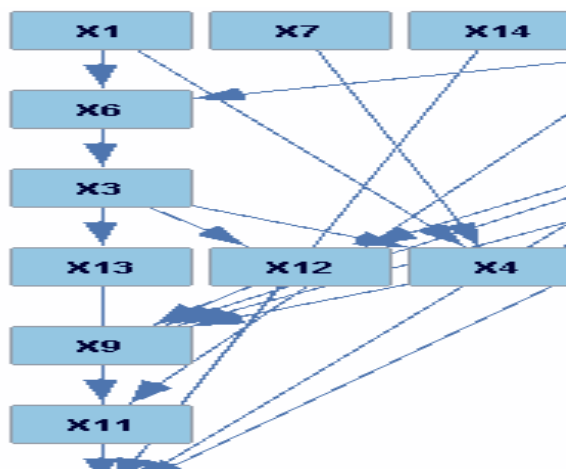
۲.۵ رویکرد کمی سازی شبکه بیزی ریسک اعتباری در سناریوی دو

در سناریوی دیگری تحت عنوان سناریوی دو، روابط بین متغیرهای اثرگذار بر نکول با شدت و پیچیدگی کمتری نسبت به سناریوی یک مورد بررسی قرار گرفت. در واقع در این سناریو، صرفاً شدت های سه تا چهار در الگوی دیمتل در نظر گرفته شد. به عبارت دیگر، در این سناریو، روابطی که از نظر خبرگان با شدت کمتری بین متغیرها برقرار بود، در مدل کنار گذاشته شد. در سناریوی دو نسبت به سناریوی یک، اثرات سن بر محل سکونت، سن بر نکول، جنسیت بر تعداد افراد تحت تکفل، جنسیت بر مالکیت خانه، حرفه بر درآمد سالیانه، محل سکونت بر درآمد سالیانه، تحصیلات بر تعداد افراد تحت تکفل، تحصیلات بر محل زندگی، درآمد سالیانه بر مبلغ تسهیلات فعال و مبلغ تسهیلات فعال بر مبلغ اعتبار حذف شده است. روابط بین متغیرها در شکل ۳ نشان داده شده است:



شکل ۳. ساختار شبکه‌بیزی در سناریوی دو (استخراج‌شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

همچنین، روابط بین متغیرهای مؤثر از نظر سلسله‌مراتبی در شکل ۴ نمایش داده شده است:



شکل ۴. ساختار شبکه‌بیزی در سناریوی دو از نظر سلسله‌مراتبی (استخراج‌شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

اطلاعات شبکه ایجاد شده در سناریوی دو در جدول ۵ ارائه شده است:

جدول ۵

اطلاعات شبکه بیزی ایجاد شده در سناریوی دو

تعداد گره ها	تعداد یال ها	تعداد یال های بدون جهت	تعداد یال های جهت دار
۱۵	۲۲	۰	۲۲
Modelstring (dag)			
"[X1][X2][X5][X7][X8][X10][X14][X6 X1:X2][X3 X6][X4 X1:X3:X5:X7][X12 X3:X8][X13 X3][X9 X4:X5:X8:X12][X11 X9:X10][X15 X2:X8:X11:X12:X13:X14]"			

منبع: یافته های پژوهش

همان طور که شکل های ۳ و ۴ و شبکه بیزی ایجاد شده در جدول ۵ نشان می دهند، جنسیت، درآمد، مبلغ هر قسط، کارکرد حساب، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی و نوع تسهیلات تأثیر مستقیمی بر نکول پرداخت دارند. والدین متغیر مبلغ هر قسط، مبلغ اعتبار و مدت اعتبار هستند. تعداد افراد تحت تکفل تأثیر مستقیمی بر مبلغ اعتبار دارد که به نوبه خود بر نکول پرداخت ها اثر می گذارد. والدین متغیر تعداد افراد تحت تکفل، سن، حرفه، شهر محل سکونت و مالک خانه بودن است. حرفه از طریق اثرگذاری بر متغیرهای تعداد افراد تحت تکفل، کارکرد حساب و تسهیلات فعال در نظام بانکی به طور غیرمستقیم در نکول پرداخت ها اثرگذار است. درآمد سالیانه هم به طور مستقیم و هم به طور غیرمستقیم با اثرگذاری بر متغیرهای مبلغ اعتبار و کارکرد حساب نکول را تحت تأثیر قرار می دهد. علاوه بر این، تحصیلات که تحت تأثیر جنسیت و سن قرار دارد و می تواند نشان دهنده توانایی ذاتی فرد در اتخاذ تصمیمات عقلایی و سریع در انجام امور اقتصادی اش باشد، تأثیر غیرمستقیمی در نکول پرداخت (با اثرگذاری بر متغیر حرفه) دارد. همان طور که گفته شد، معمولاً قرض گیرندگان با تحصیلات بالاتر از موقعیت شغلی با ثبات تری برخوردارند. همچنین، متغیر مالکیت خانه می تواند به طور غیرمستقیم بر متغیر نکول اثرگذار باشد. مدت اعتبار از طریق تحت تأثیر قرار دادن مبلغ هر قسط و زندگی در کلان شهر نیز با اثرگذاری بر تعداد افراد تحت تکفل و مبلغ اعتبار، می تواند به صورت غیرمستقیم نکول را تحت تأثیر قرار دهند.

بر اساس نتایج حاصل از یادگیری پارامتری که در پیوست های (الف-۲) و (پ-۲) و نیز جدول های پیوست (ب) ارائه شده است، با توجه به والدین متغیر نکول (جنسیت، درآمد،

مبلغ هر قسط، معدل حساب، مبلغ تسهیلات فعال و نوع تسهیلات) و با توجه به تحلیل روابط بین متغیرها، مشخص می‌شود که در دهک اول بالاترین احتمالات نکول در جدول پیوست (پ-۲)، افراد دارای احتمال نکول بالاتر از ۶۹ درصد است. اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۶۹ درصد دارند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته و مبلغ آن کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال بوده و تسهیلات از نوع مرابحه بوده است. براساس یادگیری پارامتری، مبلغ هر قسط، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، جنسیت، و کارکرد حساب به‌ترتیب متغیرهای مهم نکول هستند.

با بررسی دو دهک اول بالاترین احتمالات نکول، نتایج نشان داد که اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۶۶ درصد دارند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته‌اند و مبلغ آن کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال بوده است و تسهیلات از نوع مرابحه بوده است. در این حالت، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، کارکرد حساب، و جنسیت به‌ترتیب متغیرهای مهم نکول هستند. مشاهده می‌شود که ترتیب اهمیت متغیرهای نکول در این حالت نسبت به دهک اول تغییر یافته است.

در پیوست‌های (الف-۲) و (پ-۲) و نیز جدول‌های پیوست (ب)، مقادیر موردانتظار توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والدهای آن، توزیع‌های احتمال شرطی با توجه به نکول پرداخت و توزیع‌های محتمل‌ترین وضعیت‌هایی که وقوع نکول را نتیجه می‌دهند آورده شده است.

توزیع احتمال شرطی متغیر سن با توجه به نکول پرداخت تسهیلات نشان می‌دهد که اکثریت قاطع تسهیلات نکول‌شده متعلق به سنین بین ۱۸ تا ۵۰ سال بوده است و متقاضیان دارای سن بالاتر از ۵۰ سال که شامل بازنشسته‌ها نیز می‌شود، به‌مراتب نسبت به بازپرداخت تسهیلات دریافتی تعهد بیشتری داشته‌اند. نتایج جدول پیوست (پ-۲) نیز مؤید همین مطلب است.

در نهایت، رتبه‌بندی تسهیلات‌گیرندگان از بالاترین سطح تا پایین‌ترین سطح احتمال نکول در قالب ۲۱۶ وضعیت استخراج شد و در جدول پیوست (پ-۲) آورده شده است.

مانند جدول ۴، می‌توان حدود آستانه‌ای اعطای اعتبار را برای سناریوی دو نیز استخراج کرد.

۳.۵ مقایسه بین دو سناریو

با مقایسه بین سناریوهای یک و دو، می‌توان به این نتیجه دست یافت که علاوه بر کاهش تعداد احتمالات شرطی متغیر نکول و در نتیجه کاهش محتمل‌ترین وضعیت‌هایی که نکول را نتیجه می‌دهند، ترتیب اهمیت متغیرها نیز تغییر پیدا کرد. مقایسه بین نتایج حاصل از دو سناریو به صورت خلاصه در جدول ۶ نمایش داده شده است:

جدول ۶

مقایسه نتایج حاصل از سناریوهای یک و دو

ردیف	موضوع	سناریوی یک	سناریوی دو
۱	شدت روابط در الگوی دیمتل	۴و۳و۲و۱	۴و۳
۲	تعداد گره‌ها	۱۵	۱۵
۳	تعداد یال‌ها	۳۲	۲۲
۴	احتمال شرطی متغیر نکول	[X15 X1:X2:X8:X11:X12:X13:X14]	[X15 X2:X8:X11:X12:X13:X14]
۵	تعداد احتمالات شرطی متغیر نکول	۴۳۲	۲۱۶
۶	ترتیب اهمیت متغیرها براساس دهک اول	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی، سن، جنسیت، درآمد سالیانه و کارکرد حساب	مبلغ هر قسط، مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، جنسیت و کارکرد حساب
۷	ترتیب اهمیت متغیرها براساس دو دهک اول	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی، جنسیت و کارکرد حساب	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی، کارکرد حساب و جنسیت

درحالی‌که پژوهش‌های پیشین، مانند مطالعات مبتنی بر لاجیت، شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک مانند پژوهش تاری و همکاران (۱۳۹۷)، فاقد آستانه‌بندی مشخص در

اعطای تسهیلات به متقاضیان بوده‌اند، نتایج این مدل‌سازی با ارائه یک آستانه معین، گامی روبه‌جلو محسوب می‌شود.

۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادهای سیاستی

درخواست متقاضی، نقطه آغازین فرایند اعطای تسهیلات است. هنگامی که بانک‌ها و مؤسسات اعتباری درخواست تسهیلات را دریافت می‌کنند، فرایند ارزیابی آن و میزان پیچیدگی آن می‌تواند بسیار متفاوت باشد. بسیاری از آن‌ها همچنان از روش‌های ارزیابی ساده استفاده می‌کنند. این موضوع می‌تواند به تجزیه و تحلیل سلیقه‌ای ویژگی‌های متقاضی یا امتیازدهی ساده درباره این ویژگی‌ها منجر شود. باین‌حال، برخی از بانک‌ها و مؤسسات اعتباری از مدل‌های امتیازدهی اعتباری آماری برای ارزیابی و تفکیک متقاضیان متعهد و غیرمتعهد تسهیلات استفاده می‌کنند. در این مطالعه، برای ارائه یک نمایش بصری، شفاف و گرافیکی از روابط متقابل بین متغیرهای مرتبط با عدم پرداخت تسهیلات، از شبکه‌های بیزی (BNS) به‌عنوان یکی از روش‌های هوش مصنوعی استفاده شده است. مدل‌سازی شبکه بیزی پیشنهادی با تکیه بر داده‌های موجود، بر مبنای یادگیری ساختاری و پارامتری انجام شده است که دقت و استحکام مدل تصمیم‌گیری را نشان می‌دهد.

یادگیری در دو سناریو با شدت روابط علی متفاوت حاصل شده از تکنیک دیمتل و تعداد یال‌های متفاوت در مدل‌سازی شبکه بیزی موردبررسی قرار گرفت. در سناریوی اول که صرفاً وجود رابطه موجب شکل‌گیری یال در شبکه بود، یادگیری پارامتری با وجود ۱۵ گره و ۳۲ یال در ساختار شبکه ایجاد شده انجام شد. با بررسی دهک ابتدایی بالاترین احتمالات نکول که همگی دارای احتمال نکول بالای ۷۰ درصد بودند، مشخص شد مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، سن، جنسیت، درآمد سالیانه، و کارکرد حساب به‌ترتیب متغیرهای مهم نکول هستند. با افزایش دامنه بررسی بالاترین احتمالات نکول به دو دهک ابتدایی که شامل وضعیت‌های با احتمال نکول بالای ۶۵ درصد بود، ترتیب اهمیت متغیرها تغییر کرد. در دو دهک بالاترین احتمال نکول، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، جنسیت، و کارکرد حساب به‌ترتیب متغیرهای مهم نکول بودند. در سناریوی دوم، روابط علی با شدت بالا (شدت‌های سه تا چهار در تکنیک دیمتل) یال‌های شبکه را به تعداد ۲۲ یال تشکیل می‌دادند و تعداد گره‌های موجود در شبکه مانند سناریوی اول ۱۵ گره بود. نتایج حاصل از بررسی دهک اول بالاترین احتمالات نکول در این سناریو، نشان داد مبلغ هر قسط، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی،

نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، جنسیت، و کارکرد حساب به ترتیب مهم ترین متغیرهای نکول هستند. در این سناریو نیز با افزایش دامنه بررسی به دو دهک ابتدایی بالاترین احتمالات نکول، نتایج بیانگر تغییر در ترتیب متغیرهای مهم بود. براساس این پژوهش، می توان نتیجه گرفت که حدود آستانه های اعطای اعتبار براساس سیاست اعتباری اعمال شده از سوی مدیران بانک/ مؤسسه اعتباری از طریق مدل به کارگرفته شده مشخص خواهد شد. از این رو، می توان براساس میزان NPL و نیز اشتهای ریسک بانک/ مؤسسه اعتباری، سناریوهای متفاوتی را در مدل نظر گرفت و نیز دهک های متفاوتی را در هر سناریو با توجه به معیارهای اعتباری مدنظر مدیران موردبررسی قرار داد.

مدل تصمیم گیری پیشنهادی، با ارائه رویکردی نوین در مدیریت ریسک اعتباری، به بانک ها و مؤسسات اعتباری کمک می کند تا تصمیمات اعتباری دقیق تر و آگاهانه تری اتخاذ کنند. این مدل، با محاسبه احتمال نکول مشتری براساس مبلغ و مدت اعتبار درخواستی، امکان تعیین سقف اعتبار، و رتبه بندی اعتباری را فراهم می کند و در نتیجه، ریسک اعتباری را به طور چشمگیری کاهش می دهد.

با توجه به نتایج به دست آمده از پژوهش، موارد زیر پیشنهاد می شود:

(۱) در مدل های اعتبارسنجی، توجه به شاخص های اجتماعی-اقتصادی در کنار شاخص های مالی و اعتباری از اهمیت فزاینده ای برخوردار است. این شاخص ها، اطلاعات ارزشمندی را درباره پایداری مالی و رفتار اعتباری افراد ارائه می دهند. با توجه به این موضوع، استفاده از مدل های اعتباری به جای وثیقه محوری در پرداخت تسهیلات باید به حداکثر برسد. این رویکرد، ضمن افزایش دسترسی به منابع مالی برای افراد و کسب و کارهای فاقد وثیقه کافی، به کاهش ریسک نکول و تخصیص بهینه منابع نیز کمک می کند.

(۲) سامانه های جامع اعتبارسنجی باید با سرعت بیشتری به هم متصل شوند تا در دسترس بانک ها و مؤسسات اعتبارسنجی قرار گیرند.

(۳) با توجه به پیچیدگی های روزافزون اقتصاد و نیاز به مدیریت ریسک دقیق تر، استفاده از مدل های به روز و هوش مصنوعی در سنجش اعتبار نظام بانکی ضروری است.

(۴) سیستم های سنتی سنجش اعتبار، پاسخ گوی نیازهای امروز نیستند؛ استفاده از هوش مصنوعی می تواند به بهبود عملکرد این سیستم ها کمک کند. بنابراین، بانک ها باید با سرمایه گذاری در فناوری و آموزش نیروی انسانی، زمینه را برای استفاده مؤثر از هوش مصنوعی در سنجش اعتبار فراهم کنند.

۵) برای حفظ دقت و اعتبار شبکه بیزی، لازم است متغیرها و روابط آن‌ها به‌طور مستمر با استفاده از جدیدترین یافته‌های علمی و نظرات متخصصان به‌روزرسانی شوند.

فهرست منابع

- Anastasiou, D., Louri, H., & Tsionas, M. (2016). Determinants of non-performing Loans: Evidence from Euro-area countries. *International Journal of Finance and Economics*, 18(C): 116-119.
- Abid, L., Masmoudi, A., & Zouari-Ghorbel, S. (2016). The consumer loans payment default predictive model: An application of the logistic regression and the discriminant analysis in a tunisian commercial bank. *Journal of the Knowledge Economy*, 1-15.
- Altman, E. I. (1968). Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4): 589-609.
- Anginer, D., Demircuc-Kunt, A., & Zhu, M. (2014). How does competition Affect Bank Systemic Risk? *Journal of Financial Intermediation*, 23: 1-26.
- Hamerle, A., Liebig, T. & Rosch, D. (2003). Credit risk factor modeling and the Basel II IRB approach banking and financial supervision, 2(02/2003).
- Baesens, B., & Smedts, K. (2023). Boosting credit risk models. *Journal of the British Accounting Review*. Published by Elsevier Ltd.
- Bakhtiar, M., Moayedfar, R., Vaez Barzani, M., & Mojab, R. (2022). Investigating the three dimensions of credit risk of banks in Iran with an emphasis on the geographical location of the enterprise. *Quarterly Journal of The Economic Research (Sustainable Growth and Development)*, 23(1): 221-247 (in Persian).
- Beck, R., Jakubik, P., & Piliou, A. (2015). Key determinants of non-performing loans: New evidence from a global sample. *Open Economies Review*, 26(3): 525-550.
- Bijak, K., & Thomas, L. C. (2012). Does segmentation always improve model performance in credit scoring? *Expert Systems with Applications*, 39(3): 2433-2442.

- Cheng, J., R., Greiner, J., Kelly, D.A. Bell, & W. Liu. (2002). Learning Bayesian networks from data: An information theory based approach. *Artificial Intelligence*, 137: 43- 90.
- Espinoza, R., & Prasad, A. (2010). Nonperforming loans in the GCC banking system and their macroeconomic effects. *Working Paper 224: International Monetary Fund*.
- García, V., Marqués, A. I., & Sánchez, J. S. (2015). An insight into the experimental design for credit risk and corporate bankruptcy prediction systems. *Journal of Intelligent Information Systems*, 44(1): 159-189.
- Ghosh, A. (2015). Banking-industry specific and regional economic determinants of non-performing loans: Evidence from US states. *Journal of Financial Stability*, 20: 93-104.
- Heckerman, D, Geiger, D & Chickering, D. M. (1995). Learning BNs: The combination of knowledge and statistical data. *Machine Learning*, 20: 197-243.
- Hand, D. J., & Henley, W. E. (1997). Statistical classification methods in consumer credit scoring: A review. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A*, 160(3): 523-541.
- Harris, T. (2015). Credit scoring using the clustered support vector machine. *Expert Systems with Applications*, 42(2): 741-750.
- Jeyhoonipour, M., Azami, S., & Delangizan, S., (2025). Modeling and identification of causal relationships between the main factors of credit risk in the banking system using the Dematel decision making technique, *The Journal of Economic Policy*, 17(33): 180-211(in Persian).
- Jimenez, G., & Saurina, J. (2006). Credit cycles, credit risk, and prudential regulation. *International Journal of Central Banking*, 2(2): 65-98.
- Karadima, M., & Louri, H. (2021). Determinants of non-performing loans in Greece: The intricate role of fiscal expansion. Hellenic Observatory Papers on Greece and Southeast Europe. *Greese Paper*, No. 160.
- Kauko, K. (2012). External deficits and non-performing loans in the recent financial crisis. *Economics Letters*, 115: 196-199.
- Keshavarz hadad, GH., & Ayati Gazar, H. (2007). Comparison between regression and classification trees logit model and in the process of credit

- scoring for individual customers of a bank. *Quarterly Journal of The Economic Research (Sustainable Growth and Development)*, 7(4): 71-97. (in Persian).
- Kick, T., & Prieto, E. (2015). Bank risk taking and competition: Evidence from regional banking markets. *Review of Finance*, 19(3): 1185-1222.
- Klein, N. (2013). Non-performing Loans in CESEE: Determinants and Impact on Macroeconomic Performance. *IMF Working Paper*, 01, 27.
- Koju, L., Koju, R., & Wang, S. (2018). Macroeconomic and bank-specific determinants of non-performing loans: Evidence from Nepalese banking system. *Journal of Central Banking Theory and Practice*, 3: 111-138.
- Koller, D. & N. Friedman. (2010). Probabilistic graphical models: Principles and techniques. *Cambridge, MA/London, England, The MIT Press*.
- Leong, C. K. (2016). Credit risk scoring with Bayesian network models. *Computational Economics*, 47(3): 423-446.
- Lessmann, S., Baesens, B., Seow, H.-V., & Thomas, L. C. (2015). Benchmarking state-of-the-art classification algorithms for credit scoring: An update of re- search. *European Journal of Operational Research*, 247(1): 124-136.
- Louzada, F., Ara, A., & Fernandes, G. B. (2016). Classification methods applied to credit scoring: systematic review and overall comparison. *Surveys in Operations Research and Management Science*.
- Louzis, D., Vouldis, A., & Metaxas, V. (2012). Macroeconomic and bankspecific determinants of Npls in Greece: A Comparative study of mortgage, business and consumer loan portfolios. *Journal of Banking and Finance*, 36: 1012-1027.
- Makri, V., Tsagkanos, A., & Bellas, A. (2014). Determinants of non-performing loans: The case of Eurozone. *Panaeconomicus*, 61(2): 193-206.
- Mancisidor, R, A., Kampffmeyer, M., Aas, K., & Jenssen, R. (2022). Generating customer's credit behavior with deep generative models. *Journal of Knowledge-Based Systems*, 245.
- Margaritis, D. (2003). *Learning bayesian network model structure from data* (PhD Thesis of CMU-CS :03-153).

- Masmoudi, Kh., Abid, L., & Masmoudi, A. (2019). Credit risk modeling using Bayesian network with a latent variable. *Expert Systems with Applications*, 127: 157-166.
- Mehrara, M., Mosaei, M., Tasavori, M., & Hasanzadeh, A. (2011). Credit ranking of parsian bank legal customers. *Quarterly Journal of The Economic Modeling*, 3(3): 121-150. (in Persian).
- Mehrara, M., Mohamadi, F., & Jadidzadeh, A. (2024). Credit risk management for enhancing facilities allocation to bank customers. *Quarterly Journal of monetary and banking research*, 17(61): 477-497 (in Persian).
- Nkusu, M. M. (2011). Nonperforming loans and macrofinancial vulnerabilities in advanced economies. *International Monetary Fund*.
- Ozturk, H., Namli, E., & Erdal, H.I. (2016). Modelling sovereign credit ratings: The accuracy of models in a heterogeneous sample. *Economic Modelling*, 54: 469-478.
- Pearl, J. (1988). Morgan Kaufmann series in representation and reasoning. *proba-bilistic reasoning in intelligent systems: Networks of plausible inference*.
- Podpiera J., & Weill, L. (2008). Bad Luck or Bad Management? emerging banking market experience. *Journal of Financial Stability*, 4: 135-148.
- Rinaldi, L., & Sanchis-Arellano, A. (2006). Household debt sustainability: what explains household non-performing loans? An empirical analysis. *Working Paper No. 570, European Central Bank*.
- Sucar, L.E. & Martinez-Arroyo, M. (1998). Interactive structural learning of bayesian networks. *Expert Systems with Applications*, 15(3-4): 325-332.
- Tari, F., Ebrahimi, S, A., Mosavi, S, J., & Kalantari, M. (2017). Comparison of neural network, genetic algorithm and logit models in evaluating customers' credit risk. *Quarterly Journal of monetary and banking research*, 10(34): 657-680 (in Persian).
- Tavana, M., Abtahi, A.-R., Di Caprio, D., & Poortarigh, M. (2018). An artificial neural network and Bayesian network model for liquidity risk assessment in banking. *Neurocomputing*, 275: 2525-2554.

- Thomas, L. C., Edelman, D., & Crook, J. (2002). Credit scoring and its applications: Siam monographs on mathematical modeling and computation. *Philadelphia: Uni-versity City Science Center, SIAM*.
- Tomczak, J. M., & Zieba, M. (2015). Classification restricted Boltzmann machine for comprehensible credit scoring model. *Expert Systems with Applications*, 42(4): 1789–1796.
- Vithessonthi, C. (2016). Deflation, bank credit growth, and non-performing loans: Evidence from Japan. *International Review of Financial Analysis*, 45: 295-305.
- Wang, Y., Zhang, Y., Lu, Y & Yu, X. (2020). A comparative assessment of credit risk model based on machine learning: A case study of bank loan data. *Procedia Computer Science*, 174: 141-149.
- Yurttadur, M, Celiktas, E & Celiktas, E. (2019). The place of non-performing loans in the Turkish banking sector. *Procedia Computer Science*, 158: 766-771.
- Zhao, Z., Xu, S., Kang, B. H., Kabir, M. M. J., Liu, Y., & Wasinger, R. (2015). Investi- gation and improvement of multi-layer perceptron neural networks for credit scoring. *Expert Systems with Applications*, 42(7): 3508-3516.

پیوست‌ها

الف-۱. مقادیر موردانتظار توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والد‌های آن در سناریوی یک

ردیف	$P_a(X_1; X_2; X_8; X_{11}; X_{12}; X_{13}; X_{14})/X_{15}$	نکول اتفاق ($X_{15} = 1$)	افتاده نکول اتفاق ($X_{15} = 2$)	نیفتاده
1	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.65740741	0.34259259	
2	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.48000000	0.52000000	
3	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.69669670	0.30330330	
4	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.60176991	0.39823009	
5	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.73188406	0.26811594	
6	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.58823529	0.41176471	
7	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.68852459	0.31147541	
8	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.64285714	0.35714286	
9	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.72538860	0.27461140	
10	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.59259259	0.40740741	
11	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.72222222	0.27777778	
12	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.47826087	0.52173913	
13	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.72903226	0.27096774	
14	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.60000000	0.40000000	
15	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.57870370	0.42129630	
16	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.49230769	0.50769231	
17	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.67695962	0.32304038	
18	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.53642384	0.46357616	
19	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.63157895	0.36842105	

0.36000000	0.64000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	20
0.36500000	0.63500000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	21
0.66000000	0.34000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	22
0.30303030	0.69696970	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	23
0.40000000	0.60000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	24
0.41558442	0.58441558	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	25
0.76923077	0.23076923	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	26
0.39370079	0.60629921	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	27
0.66666667	0.33333333	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	28
0.43347639	0.56652361	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	29
0.56626506	0.43373494	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	30
0.34586466	0.65413534	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	31
0.59375000	0.40625000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	32
0.51282051	0.48717949	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	33
0.72340426	0.27659574	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	34
0.43750000	0.56250000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	35
0.75000000	0.25000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	36
0.23639191	0.76360809	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	37
0.42408377	0.57591623	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	38
0.24944812	0.75055188	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	39
0.40000000	0.60000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	40
0.33898305	0.66101695	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	41
0.60000000	0.40000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	42
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	43

		= 1)	
0.71428571	0.28571429	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	44
0.42857143	0.57142857	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	45
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	46
0.33333333	0.66666667	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	47
---	---	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	48
0.31042654	0.68957346	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	49
0.46666667	0.53333333	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	50
0.34962406	0.65037594	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	51
0.40540541	0.59459459	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	52
0.28287293	0.71712707	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	53
0.46402878	0.53597122	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	54
0.27976190	0.72023810	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	55
0.43697479	0.56302521	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	56
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	57
---	---	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	58
0.25000000	0.75000000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	59
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	60
0.76470588	0.23529412	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	61
0.92307692	0.07692308	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	62
0.44444444	0.55555556	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	63
0.75000000	0.25000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	64
0.61764706	0.38235294	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	65
0.88888889	0.11111111	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	66

0.58823529	0.41176471	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	67
0.75000000	0.25000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	68
0.54611650	0.45388350	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	69
0.70676692	0.29323308	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	70
0.55760369	0.44239631	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	71
0.74324324	0.25675676	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	72
0.21568627	0.78431373	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	73
0.52941176	0.47058824	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	74
0.27102804	0.72897196	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	75
0.42857143	0.57142857	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	76
0.31468531	0.68531469	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	77
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	78
0.36619718	0.63380282	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	79
0.55555556	0.44444444	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	80
0.27777778	0.72222222	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	81
0.55555556	0.44444444	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	82
0.25000000	0.75000000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	83
0.25000000	0.75000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	84
0.28000000	0.72000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	85
0.25000000	0.75000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	86
0.39583333	0.60416667	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	87
0.61111111	0.38888889	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	88
0.37704918	0.62295082	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	89
0.63888889	0.36111111	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	90

		= 1)	
0.28070175	0.71929825	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	91
0.50000000	0.50000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	92
0.25454545	0.74545455	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	93
0.30769231	0.69230769	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	94
0.40000000	0.60000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	95
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	96
0.30000000	0.70000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	97
0.66666667	0.33333333	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	98
0.28888889	0.71111111	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	99
0.63636364	0.36363636	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	100
0.38961039	0.61038961	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	101
0.67857143	0.32142857	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	102
0.37500000	0.62500000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	103
0.83333333	0.16666667	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	104
0.47169811	0.52830189	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	105
0.66666667	0.33333333	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	106
0.42105263	0.57894737	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	107
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	108
0.26162791	0.73837209	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	109
0.44827586	0.55172414	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	110
0.26771654	0.73228346	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	111
0.32352941	0.67647059	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	112
0.47058824	0.52941176	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	113

0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	114
0.50000000	0.50000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	115
0.66666667	0.33333333	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	116
0.33333333	0.66666667	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	117
---	---	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	118
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	119
---	---	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	120
0.37719298	0.62280702	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	121
0.47368421	0.52631579	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	122
0.34831461	0.65168539	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	123
0.54166667	0.45833333	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	124
0.31782946	0.68217054	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	125
0.37681159	0.62318841	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	126
0.24242424	0.75757576	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	127
0.47058824	0.52941176	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	128
0.42857143	0.57142857	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	129
---	---	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	130
---	---	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	131
---	---	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	132
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	133
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	134
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	135
---	---	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	136
0.66666667	0.33333333	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	137

		= 1)	
0.80000000	0.20000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	138
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	139
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	140
0.46078431	0.53921569	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	141
0.83333333	0.16666667	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	142
0.55102041	0.44897959	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	143
0.86363636	0.13636364	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	144
0.41463415	0.58536585	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	145
0.45454545	0.54545455	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	146
0.32967033	0.67032967	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	147
0.58333333	0.41666667	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	148
0.29078014	0.70921986	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	149
0.45762712	0.54237288	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	150
0.27710843	0.72289157	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	151
0.43750000	0.56250000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	152
0.38983051	0.61016949	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	153
0.37500000	0.62500000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	154
0.11111111	0.88888889	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	155
0.33333333	0.66666667	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	156
0.28571429	0.71428571	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	157
0.42857143	0.57142857	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	158
0.39682540	0.60317460	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	159
0.42105263	0.57894737	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	160

0.38016529	0.61983471	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	161
0.42222222	0.57777778	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	162
0.31666667	0.68333333	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	163
0.25000000	0.75000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	164
0.41463415	0.58536585	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	165
0.27777778	0.72222222	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	166
0.38888889	0.61111111	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	167
0.60000000	0.40000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	168
0.29411765	0.70588235	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	169
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	170
0.33333333	0.66666667	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	171
0.45454545	0.54545455	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	172
0.48780488	0.51219512	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	173
0.70000000	0.30000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	174
0.48275862	0.51724138	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	175
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	176
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	177
0.66666667	0.33333333	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	178
0.61538462	0.38461538	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	179
0.33333333	0.66666667	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	180
0.30817610	0.69182390	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	181
0.43283582	0.56716418	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	182
0.28571429	0.71428571	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	183
0.40000000	0.60000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	184

		= 1)	
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	185
---	---	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	186
0.20000000	0.80000000	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	187
0.00000000	1.00000000	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	188
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	189
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	190
---	---	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	191
---	---	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	192
0.35937500	0.64062500	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	193
0.55555556	0.44444444	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	194
0.34722222	0.65277778	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	195
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	196
0.25984252	0.74015748	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	197
0.44705882	0.55294118	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	198
0.31506849	0.68493151	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	199
0.56250000	0.43750000	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	200
0.75000000	0.25000000	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	201
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	202
---	---	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	203
---	---	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 2, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	204
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 3, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	205
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 3, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	206
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 3, X_{12} = 2, X_{13} = 3, X_{14} = 1)$	207

1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2=2, X8=1, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	208
0.64285714	0.35714286	$P(X1=1, X2=1, X8=2, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	209
0.71428571	0.28571429	$P(X1=2, X2=1, X8=2, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	210
0.75000000	0.25000000	$P(X1=1, X2=2, X8=2, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	211
---	---	$P(X1=2, X2=2, X8=2, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	212
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2=1, X8=3, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	213
0.78947368	0.21052632	$P(X1=2, X2=1, X8=3, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	214
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2=2, X8=3, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	215
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2=2, X8=3, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)$	216
0.53048780	0.46951220	$P(X1=1, X2=1, X8=1, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	217
0.65625000	0.34375000	$P(X1=2, X2=1, X8=1, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	218
0.46288210	0.53711790	$P(X1=1, X2=2, X8=1, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	219
0.61728395	0.38271605	$P(X1=2, X2=2, X8=1, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	220
0.54430380	0.45569620	$P(X1=1, X2=1, X8=2, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	221
0.68181818	0.31818182	$P(X1=2, X2=1, X8=2, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	222
0.49315068	0.50684932	$P(X1=1, X2=2, X8=2, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	223
0.64864865	0.35135135	$P(X1=2, X2=2, X8=2, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	224
0.57792208	0.42207792	$P(X1=1, X2=1, X8=3, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	225
0.69444444	0.30555556	$P(X1=2, X2=1, X8=3, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	226
0.46666667	0.53333333	$P(X1=1, X2=2, X8=3, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	227
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2=2, X8=3, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)$	228
0.61475410	0.38524590	$P(X1=1, X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)$	229
0.72222222	0.27777778	$P(X1=2, X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)$	230
0.57954545	0.42045455	$P(X1=1, X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)$	231

		= 2)	
0.67391304	0.32608696	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	232
0.56896552	0.43103448	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	233
0.62068966	0.37931034	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	234
0.55725191	0.44274809	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	235
0.69047619	0.30952381	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	236
0.60795455	0.39204545	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	237
0.76470588	0.23529412	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	238
0.61403509	0.38596491	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	239
0.70588235	0.29411765	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	240
0.76744186	0.23255814	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	241
0.80000000	0.20000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	242
0.60416667	0.39583333	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	243
0.80000000	0.20000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	244
0.62318841	0.37681159	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	245
0.76000000	0.24000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	246
0.52380952	0.47619048	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	247
0.60000000	0.40000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	248
0.70329670	0.29670330	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	249
0.70000000	0.30000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	250
0.81818182	0.18181818	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	251
0.88888889	0.11111111	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	252
0.29012346	0.70987654	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	253
0.46969697	0.53030303	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	254

0.30444965	0.69555035	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	255
0.63043478	0.36956522	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	256
0.53465347	0.46534653	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	257
0.80952381	0.19047619	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	258
0.47368421	0.52631579	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	259
0.78571429	0.21428571	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	260
0.34615385	0.65384615	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	261
0.62500000	0.37500000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	262
0.45454545	0.54545455	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	263
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	264
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	265
0.61363636	0.38636364	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	266
0.54545455	0.45454545	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	267
0.62711864	0.37288136	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	268
0.59141274	0.40858726	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	269
0.65775401	0.34224599	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	270
0.57816377	0.42183623	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	271
0.67500000	0.32500000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	272
0.64432990	0.35567010	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	273
0.70642202	0.29357798	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	274
0.56862745	0.43137255	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	275
0.58333333	0.41666667	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	276
---	---	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	277
---	---	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	278

		= 2)	
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	279
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	280
0.73529412	0.26470588	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	281
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	282
0.80555556	0.19444444	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	283
0.92857143	0.07142857	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	284
0.70382166	0.29617834	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	285
0.74863388	0.25136612	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	286
0.62254902	0.37745098	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	287
0.78048780	0.21951220	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	288
0.40322581	0.59677419	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	289
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	290
0.54385965	0.45614035	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	291
0.61111111	0.38888889	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	292
0.57142857	0.42857143	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	293
0.60000000	0.40000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	294
0.72222222	0.27777778	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	295
0.45454545	0.54545455	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	296
0.64705882	0.35294118	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	297
0.45454545	0.54545455	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	298
0.41176471	0.58823529	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	299
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	300
0.51351351	0.48648649	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	301

0.71428571	0.28571429	$P(X1=2, X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	302
0.43902439	0.56097561	$P(X1=1, X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	303
0.60000000	0.40000000	$P(X1=2, X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	304
0.66346154	0.33653846	$P(X1=1, X2=1, X8=2, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	305
0.70588235	0.29411765	$P(X1=2, X2=1, X8=2, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	306
0.47058824	0.52941176	$P(X1=1, X2=2, X8=2, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	307
0.64285714	0.35714286	$P(X1=2, X2=2, X8=2, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	308
0.48936170	0.51063830	$P(X1=1, X2=1, X8=3, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	309
0.73684211	0.26315789	$P(X1=2, X2=1, X8=3, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	310
0.64705882	0.35294118	$P(X1=1, X2=2, X8=3, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	311
0.66666667	0.33333333	$P(X1=2, X2=2, X8=3, X11=2, X12=1, X13=2, X14=2)$	312
0.71428571	0.28571429	$P(X1=1, X2=1, X8=1, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	313
0.33333333	0.66666667	$P(X1=2, X2=1, X8=1, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	314
0.69565217	0.30434783	$P(X1=1, X2=2, X8=1, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	315
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2=2, X8=1, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	316
0.66666667	0.33333333	$P(X1=1, X2=1, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	317
0.90909091	0.09090909	$P(X1=2, X2=1, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	318
0.55000000	0.45000000	$P(X1=1, X2=2, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	319
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2=2, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	320
0.75000000	0.25000000	$P(X1=1, X2=1, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	321
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2=1, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	322
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	323
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)$	324
0.29299363	0.70700637	$P(X1=1, X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)$	325

		= 2)	
0.41176471	0.58823529	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	326
0.28472222	0.71527778	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	327
0.33333333	0.66666667	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	328
0.46428571	0.53571429	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	329
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	330
0.38461538	0.61538462	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	331
0.00000000	1.00000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	332
0.57142857	0.42857143	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	333
---	---	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	334
0.00000000	1.00000000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	335
0.00000000	1.00000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	336
0.30769231	0.69230769	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	337
0.23076923	0.76923077	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	338
0.51219512	0.48780488	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	339
0.69230769	0.30769231	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	340
0.56218905	0.43781095	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	341
0.73333333	0.26666667	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	342
0.47311828	0.52688172	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	343
0.66666667	0.33333333	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	344
0.68367347	0.31632653	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	345
0.66666667	0.33333333	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	346
0.45312500	0.54687500	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	347
0.61904762	0.38095238	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	348

1.00000000	0.00000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	349
---	---	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	350
0.66666667	0.33333333	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	351
---	---	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	352
0.60000000	0.40000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	353
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	354
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	355
1.00000000	0.00000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	356
0.68686869	0.31313131	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	357
0.79591837	0.20408163	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	358
0.68750000	0.31250000	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	359
0.75000000	0.25000000	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	360
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	361
0.50000000	0.50000000	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	362
0.52830189	0.47169811	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	363
0.60869565	0.39130435	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	364
0.58653846	0.41346154	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	365
0.47826087	0.52173913	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	366
0.67647059	0.32352941	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	367
0.54545455	0.45454545	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	368
0.53846154	0.46153846	$P(X_1=1, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	369
0.63636364	0.36363636	$P(X_1=2, X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	370
0.36363636	0.63636364	$P(X_1=1, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	371
0.66666667	0.33333333	$P(X_1=2, X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	372

		= 2)	
0.60975610	0.39024390	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	373
0.75000000	0.25000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	374
0.54901961	0.45098039	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	375
0.72727273	0.27272727	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	376
0.63392857	0.36607143	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	377
0.61904762	0.38095238	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	378
0.55555556	0.44444444	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	379
0.70000000	0.30000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	380
0.67500000	0.32500000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	381
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	382
0.71428571	0.28571429	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	383
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	384
0.30000000	0.70000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	385
0.50000000	0.50000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	386
0.70588235	0.29411765	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	387
0.61538462	0.38461538	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	388
0.68292683	0.31707317	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	389
0.28571429	0.71428571	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	390
0.70588235	0.29411765	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	391
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	392
0.69565217	0.30434783	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	393
0.87500000	0.12500000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	394
0.50000000	0.50000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	395

0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)$	396
0.29411765	0.70588235	$P(X1=1, X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	397
0.60000000	0.40000000	$P(X1=2, X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	398
0.27358491	0.72641509	$P(X1=1, X2=2, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	399
0.40000000	0.60000000	$P(X1=2, X2=2, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	400
0.73076923	0.26923077	$P(X1=1, X2=1, X8=2, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	401
0.00000000	1.00000000	$P(X1=2, X2=1, X8=2, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	402
0.54545455	0.45454545	$P(X1=1, X2=2, X8=2, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	403
0.33333333	0.66666667	$P(X1=2, X2=2, X8=2, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	404
0.33333333	0.66666667	$P(X1=1, X2=1, X8=3, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	405
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2=1, X8=3, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	406
0.57142857	0.42857143	$P(X1=1, X2=2, X8=3, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	407
---	---	$P(X1=2, X2=2, X8=3, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)$	408
0.55555556	0.44444444	$P(X1=1, X2=1, X8=1, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	409
0.68181818	0.31818182	$P(X1=2, X2=1, X8=1, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	410
0.60000000	0.40000000	$P(X1=1, X2=2, X8=1, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	411
0.76470588	0.23529412	$P(X1=2, X2=2, X8=1, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	412
0.61691542	0.38308458	$P(X1=1, X2=1, X8=2, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	413
0.74074074	0.25925926	$P(X1=2, X2=1, X8=2, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	414
0.61616162	0.38383838	$P(X1=1, X2=2, X8=2, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	415
0.67857143	0.32142857	$P(X1=2, X2=2, X8=2, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	416
0.54629630	0.45370370	$P(X1=1, X2=1, X8=3, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	417
0.62962963	0.37037037	$P(X1=2, X2=1, X8=3, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	418
0.59375000	0.40625000	$P(X1=1, X2=2, X8=3, X11=2, X12=2, X13=3, X14=2)$	419

		= 2)	
0.77777778	0.22222222	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	420
---	---	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	421
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	422
---	---	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	423
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	424
0.80000000	0.20000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	425
0.75000000	0.25000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	426
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	427
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	428
0.69892473	0.30107527	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	429
0.76000000	0.24000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	430
0.67441860	0.32558140	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	431
0.73076923	0.26923077	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	432

الف-۲. مقادیر موردانتظار توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والد‌های آن در سناریوی دو

ردیف	$P_g(X_2; X_8; X_{11}; X_{12}; X_{13}; X_{14})/X_{15}$	نکول اتفاق افتاده ($X_{15} = 1$)	نکول اتفاق نیفتاده ($X_{15} = 2$)
1	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6240602	0.3759398
2	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6726457	0.3273543
3	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6980609	0.3019391
4	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6783439	0.3216561
5	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6963563	0.3036437
6	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6631579	0.3368421
7	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6952381	0.3047619
8	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5587189	0.4412811
9	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6398601	0.3601399
10	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6332046	0.3667954
11	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5760000	0.4240000
12	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6790123	0.3209877
13	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4951456	0.5048544
14	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5500000	0.4500000
15	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5316456	0.4683544
16	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6060606	0.3939394
17	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4384236	0.5615764
18	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4705882	0.5294118
19	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.7206235	0.2793765
20	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.7159864	0.2840136
21	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6231884	0.3768116
22	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4482759	0.5517241
23	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5454545	0.4545455
24	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6666667	0.3333333
25	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6517056	0.3482944
26	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6382353	0.3617647
27	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6745562	0.3254438
28	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6902087	0.3097913
29	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5000000	0.5000000
30	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6666667	0.3333333
31	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.1666667	0.8333333
32	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4333333	0.5666667
33	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.2884615	0.7115385
34	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.3809524	0.6190476
35	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4146789	0.5853211
36	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.3951890	0.6048110

0.2941176	0.7058824	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	37
0.2968750	0.7031250	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	38
0.3519553	0.6480447	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	39
0.4183673	0.5816327	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	40
0.3472222	0.6527778	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	41
0.2500000	0.7500000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	42
0.2741935	0.7258065	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	43
0.4545455	0.5454545	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	44
0.4367089	0.5632911	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	45
0.3188406	0.6811594	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	46
0.2647059	0.7352941	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	47
0.3478261	0.6521739	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	48
0.3478261	0.6521739	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	49
0.3571429	0.6428571	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	50
0.4666667	0.5333333	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	51
0.4473684	0.5526316	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	52
0.5270270	0.4729730	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	53
0.3636364	0.6363636	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=1)$	54
0.3086957	0.6913043	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	55
0.2795031	0.7204969	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	56
0.5454545	0.4545455	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	57
0.5555556	0.4444444	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	58
0.3333333	0.6666667	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	59
0.0000000	1.0000000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	60
0.4013158	0.5986842	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	61
0.3893805	0.6106195	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	62
0.3302752	0.6697248	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	63
0.2891566	0.7108434	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	64
0.4285714	0.5714286	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	65
---	---	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	66
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	67
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	68
0.7142857	0.2857143	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	69
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	70
0.5694444	0.4305556	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	71
0.6478873	0.3521127	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=1)$	72
0.4230769	0.5769231	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	73
0.3826087	0.6173913	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	74
0.3400000	0.6600000	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	75
0.3030303	0.6969697	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	76
0.3855422	0.6144578	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	77

0.1666667	0.8333333	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	78
0.3142857	0.6857143	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	79
0.4024390	0.5975610	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	80
0.3915663	0.6084337	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	81
0.3000000	0.7000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	82
0.3728814	0.6271186	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	83
0.4347826	0.5652174	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	84
0.3157895	0.6842105	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	85
0.3571429	0.6428571	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	86
0.5446429	0.4553571	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	87
0.4848485	0.5151515	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	88
0.5319149	0.4680851	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	89
0.5263158	0.4736842	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=1)$	90
0.3451327	0.6548673	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	91
0.3184713	0.6815287	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	92
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	93
0.1666667	0.8333333	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	94
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	95
----	----	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	96
0.4024390	0.5975610	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	97
0.3900000	0.6100000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	98
0.3067847	0.6932153	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	99
0.3595506	0.6404494	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	100
0.8333333	0.1666667	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	101
----	----	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	102
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	103
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	104
0.6666667	0.3333333	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	105
0.7500000	0.2500000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	106
0.5808824	0.4191176	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	107
0.5492958	0.4507042	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=1)$	108
0.5510204	0.4489796	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	109
0.5032258	0.4967742	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	110
0.5693582	0.4306418	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	111
0.5245902	0.4754098	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	112
0.6000000	0.4000000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	113
0.5714286	0.4285714	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	114
0.6392405	0.3607595	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	115
0.5990991	0.4009009	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	116
0.5804598	0.4195402	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	117
0.5895954	0.4104046	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	118

0.6431718	0.3568282	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	119
0.6351351	0.3648649	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	120
0.7735849	0.2264151	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	121
0.6379310	0.3620690	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	122
0.6595745	0.3404255	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	123
0.5454545	0.4545455	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	124
0.7024793	0.2975207	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	125
0.8333333	0.1666667	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	126
0.3115942	0.6884058	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	127
0.3361522	0.6638478	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	128
0.5819672	0.4180328	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	129
0.5576923	0.4423077	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	130
0.4117647	0.5882353	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	131
0.4615385	0.5384615	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	132
0.5294118	0.4705882	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	133
0.5693069	0.4306931	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	134
0.6050605	0.3949395	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	135
0.6003824	0.3996176	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	136
0.6579477	0.3420523	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	137
0.5714286	0.4285714	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	138
----	----	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	139
0.0000000	1.0000000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	140
0.8043478	0.1956522	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	141
0.8400000	0.1600000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	142
0.7139334	0.2860666	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	143
0.6591337	0.3408663	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	144
0.4583333	0.5416667	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	145
0.5600000	0.4400000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	146
0.5772358	0.4227642	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	147
0.6595745	0.3404255	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	148
0.6000000	0.4000000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	149
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	150
0.5454545	0.4545455	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	151
0.4918033	0.5081967	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	152
0.6739130	0.3260870	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	153
0.5208333	0.4791667	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	154
0.5606061	0.4393939	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	155
0.6500000	0.3500000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	156
0.6470588	0.3529412	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	157
0.7222222	0.2777778	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	158
0.7200000	0.2800000	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	159

0.6896552	0.3103448	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	160
0.7560976	0.2439024	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	161
0.5833333	0.4166667	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	162
0.3045977	0.6954023	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	163
0.2884615	0.7115385	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	164
0.4705882	0.5294118	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	165
0.3333333	0.6666667	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	166
0.5714286	0.4285714	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	167
0.0000000	1.0000000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	168
0.2884615	0.7115385	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	169
0.5555556	0.4444444	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	170
0.6015326	0.3984674	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	171
0.5166667	0.4833333	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	172
0.6793893	0.3206107	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	173
0.4941176	0.5058824	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	174
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	175
0.6666667	0.3333333	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	176
0.6363636	0.3636364	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	177
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	178
0.7085020	0.2914980	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	179
0.7000000	0.3000000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=2, X_{14}=2)$	180
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	181
0.5526316	0.4473684	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	182
0.5669291	0.4330709	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	183
0.6444444	0.3555556	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	184
0.5600000	0.4400000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	185
0.4285714	0.5714286	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	186
0.6326531	0.3673469	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	187
0.5806452	0.4193548	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	188
0.6315789	0.3684211	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	189
0.6071429	0.3928571	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	190
0.7090909	0.2909091	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	191
0.7647059	0.2352941	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	192
0.3750000	0.6250000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	193
0.6666667	0.3333333	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	194
0.6250000	0.3750000	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	195
0.7272727	0.2727273	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	196
0.7419355	0.2580645	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	197
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=3, X_{14}=2)$	198
0.3263158	0.6736842	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	199
0.2892562	0.7107438	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	200

0.6785714	0.3214286	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	201
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	202
0.4000000	0.6000000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	203
0.5714286	0.4285714	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	204
0.5970149	0.4029851	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	205
0.6491228	0.3508772	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	206
0.6431373	0.3568627	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	207
0.6299213	0.3700787	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	208
0.5629630	0.4370370	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	209
0.6341463	0.3658537	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	210
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	211
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	212
0.7857143	0.2142857	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	213
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	214
0.7118644	0.2881356	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	215
0.6875000	0.3125000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	216

ب. توزیع‌های احتمال شرطی با توجه به نکول پرداخت

ب-۱. توزیع احتمال شرطی X_1 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

$X_1 > 50$	$18 \leq X_1 \leq 50$	سن
۰/۱۷۵۵۲۷۷۵۶	۰/۸۲۴۴۷۲۲۴۴	$P(X_1/X_{15})$

ب-۲. توزیع احتمال شرطی X_3 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

بازاری	کارمند	بازنشسته	کارگر	طبقه شغلی
۰/۳۵۵۶۸۱۵۲۲	۰/۲۷۳۳۲۵۵۱۵	۰/۱۴۰۰۱۸۲۴۳	۰/۲۳۰۹۷۴۷۲۰	$P(X_3/X_{15})$

ب-۳. توزیع احتمال شرطی X_4 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

تعداد افراد تحت تکفل	صفر	یک نفر	بیش از یک نفر
۰/۵۳۲۳۸۲۰۶۹	۰/۲۵۸۰۷۹۲۲۹	۰/۲۰۹۵۳۸۷۰۲	$P(X_4/X_{15})$

ب-۴. توزیع احتمال شرطی X_5 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

شهر محل سکونت	سکونت در کلان‌شهر	سایر
$P(X_5/X_{15})$	۰/۳۷۳۰۱۲۷۷۰	۰/۶۲۶۹۸۷۲۳۰

ب-۵. توزیع احتمال شرطی X_6 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

سطح تحصیلات	تحصیلات دانشگاهی دارد	تحصیلات دانشگاهی ندارد
$P(X_6/X_{15})$	۰/۳۴۵۵۱۷۳۳۱	۰/۶۵۴۴۸۲۶۶۹

ب-۶. توزیع احتمال شرطی X_7 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

وضعیت مالکیت	مالک خانه است	مالک خانه نیست
$P(X_7/X_{15})$	۰/۳۵۸۸۰۸۹۶۵	۰/۶۴۱۱۹۱۰۳۵

ب-۷. توزیع احتمال شرطی X_9 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

مبلغ اعتبار	$X_9 \leq 250$	$X_9 > 250$
$P(X_9/X_{15})$	۰/۶۷۶۷۶۵۷۰۲	۰/۳۲۳۲۳۴۲۹۸

ب-۸. توزیع احتمال شرطی X_{10} با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

مدت اعتبار	$X_{10} \leq 12$	$12 < X_{10} \leq 36$	$36 < X_{10} \leq 60$
$P(X_{10}/X_{15})$	۰/۱۸۱۱۹۶۲۴۷	۰/۴۹۲۸۹۸۰۹۷	۰/۳۲۵۹۰۵۶۵۵

پ-۱. توزیع های محتمل ترین پروفایل هایی که $(X_{15} = 1)$ را در سناریوی یک نتیجه می دهند

X14	X13	X12	X11	X8	X2	X1
1	2	1	2	3	2	2
1	2	1	3	3	2	2
1	2	2	1	3	2	1
1	2	2	3	1	1	2
1	3	2	1	2	2	2
2	1	2	3	1	2	1
2	1	2	3	1	2	2
2	2	2	1	2	2	2
2	2	2	1	3	2	1
2	2	2	1	3	2	2
2	3	2	1	2	1	2
1	3	1	1	3	2	1
1	3	2	1	2	2	1
1	2	1	1	1	1	1
2	2	2	2	1	1	2
1	1	2	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	1
1	1	2	1	1	2	1
1	1	2	2	3	2	1
1	2	1	1	3	2	1
1	2	1	1	3	2	2
1	2	1	2	1	1	2
1	3	1	2	2	2	2
1	2	1	2	3	1	1
1	3	2	2	2	1	1
1	2	2	1	1	1	1
1	2	2	1	1	2	1
1	1	1	1	2	1	1
1	1	1	2	1	1	1
1	2	1	1	1	2	1
2	3	2	1	1	2	1
1	1	1	1	3	1	1
1	3	1	1	2	2	1
1	1	1	1	3	2	1
1	2	1	1	3	1	1
1	3	1	2	3	1	2
1	1	2	2	2	2	1

1	2	1	2	1	1	1
1	2	1	2	2	2	1
1	1	2	2	2	1	1
2	2	2	1	1	2	1
1	3	1	2	1	1	1
1	3	2	1	1	2	1
2	3	1	3	2	1	2
1	2	1	3	1	2	1
2	1	2	1	1	1	1
1	3	1	1	2	1	1
2	2	2	1	1	1	1
1	3	1	3	1	1	1
2	3	2	1	1	1	1
1	2	1	3	1	1	1
2	3	1	3	1	1	1
1	1	1	2	3	2	1
1	1	1	1	1	2	1
2	1	2	1	1	2	1
1	2	1	2	3	1	2
2	2	2	2	1	1	1
1	3	2	1	1	1	1
1	1	2	2	1	1	1
1	1	1	1	2	2	1
1	2	1	1	2	1	1
1	3	2	2	2	2	1
1	3	1	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1	1
1	1	1	2	2	1	1
1	2	2	1	1	2	2
1	3	1	1	1	2	1
1	1	2	1	3	2	1
1	2	2	1	3	1	1
1	3	1	1	3	2	2
1	3	1	3	1	2	1
1	3	1	3	3	2	2
2	2	1	3	1	1	2
2	2	2	1	1	2	2
2	3	2	1	2	2	2
2	3	2	1	3	1	1
1	1	2	1	2	1	1
1	1	1	1	1	1	1

1	1	1	3	2	2	1
2	1	2	1	3	1	1
1	3	2	2	1	2	1
1	2	2	2	1	2	1
1	1	2	2	1	2	1
1	1	1	1	2	2	2
1	3	2	2	1	1	1
1	1	1	2	2	2	2
2	3	1	1	3	2	1
1	1	1	2	3	1	1
1	2	1	1	2	2	1
1	1	1	2	2	2	1
1	2	1	3	2	2	1
1	3	1	1	3	1	2
1	2	2	2	2	1	2
1	2	1	2	2	1	1
1	2	2	2	1	1	1
1	3	1	2	2	1	1
2	2	2	1	2	2	1
1	3	1	2	3	2	1
1	2	1	3	2	1	1
1	3	1	1	3	1	1
1	1	1	3	1	2	1
1	2	1	2	1	2	1
1	3	1	2	1	2	1
1	1	1	1	1	2	2
1	1	1	2	1	1	2
1	1	1	2	3	2	2
1	1	2	1	1	2	2
1	2	1	2	3	2	1
1	3	2	1	1	2	2
2	3	2	1	1	2	2
2	2	1	1	1	1	1
1	1	2	2	1	2	2
1	1	1	1	3	1	2
1	1	1	1	2	1	2
2	2	1	1	3	2	1
2	2	2	1	1	1	2
1	3	1	1	1	1	1
1	3	1	2	3	1	1
1	1	1	3	1	1	1

1	2	1	3	3	2	1
1	3	1	2	1	2	2
1	1	1	2	1	2	1
1	3	1	2	2	1	2
1	1	2	1	1	1	2
1	1	2	1	3	1	1
1	2	1	1	1	2	2
1	2	2	2	3	1	1
1	3	1	2	1	1	2
1	3	2	1	1	1	2
1	1	1	3	2	1	1
1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	3	3	2	1
1	3	1	1	2	2	2
2	2	1	2	1	2	1
1	1	2	3	1	2	1
1	3	2	2	2	1	2
1	2	2	1	1	1	2
2	2	2	2	3	2	1
1	3	1	1	1	1	2
1	3	1	3	1	2	2
2	1	2	1	3	2	1
2	2	1	1	2	2	2
2	2	1	1	3	1	2
1	3	1	1	2	1	2
1	2	2	3	3	1	1
2	1	1	1	1	2	1
1	1	1	2	2	1	2
1	1	2	2	2	1	2
2	2	2	1	2	1	1
1	1	2	2	1	1	2
2	1	1	1	3	2	1
2	1	2	1	1	1	2
1	2	2	1	2	1	1
1	2	2	2	2	2	2
2	2	1	2	2	2	1
1	2	1	3	3	1	1
2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	1	1	2
2	1	2	1	2	2	1
2	3	1	1	2	1	2

1	3	1	3	2	2	1
1	3	1	3	2	1	1
2	2	1	2	3	1	1
2	1	1	1	2	2	1
1	1	2	1	2	2	1
1	1	2	2	3	1	1
1	1	2	2	3	2	2
1	2	1	1	2	1	2
1	2	1	2	2	2	2
1	2	2	1	2	2	1
1	3	1	3	1	1	2
1	3	1	3	2	2	2
1	3	1	3	3	1	1
1	3	2	1	2	1	1
1	3	2	2	1	2	2
1	3	2	3	3	1	1
1	3	2	3	3	2	1
2	1	2	1	3	2	2
2	1	2	2	1	1	1
2	2	1	3	3	2	1
2	2	2	1	2	1	2
2	3	1	1	1	1	1
2	3	1	1	1	1	2
2	3	1	3	1	1	2
2	3	1	3	3	2	1
2	3	1	3	3	2	2
1	1	1	2	1	2	2
2	2	2	2	1	2	1
1	1	1	3	3	1	1
2	2	1	2	1	1	1
1	1	1	1	1	1	2
1	1	1	1	3	2	2
2	1	1	3	2	2	1
2	3	1	1	1	2	1
1	2	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	1
2	3	1	1	3	1	1
1	2	2	2	1	2	2
2	2	1	1	1	2	1
2	1	1	1	2	1	1

2	1	2	2	1	2	1
2	3	1	1	2	2	2
2	3	2	1	2	2	1
1	1	2	3	3	1	1
2	3	2	2	3	1	1
2	3	1	2	1	2	1
2	2	1	3	2	2	1
1	2	2	3	3	2	1
1	2	1	1	2	2	2
1	2	1	1	3	1	2
1	3	2	2	1	1	2
2	3	1	2	2	2	1
2	3	2	2	1	1	1
2	1	1	2	2	2	1
1	1	2	3	3	2	1
2	2	2	2	2	1	1
1	3	2	2	2	2	2
1	1	1	3	2	1	2
2	1	2	2	3	2	1
2	1	1	2	2	1	1
2	2	1	1	2	1	1
2	2	2	1	3	1	1
2	3	2	1	3	2	1
2	1	1	1	3	1	1
2	1	2	2	2	2	1
2	1	1	2	1	2	1
1	3	1	1	1	2	2
2	1	2	2	3	2	2
2	3	1	1	2	1	1
1	1	2	3	2	2	1
2	1	2	2	2	1	1
1	1	1	3	2	2	2
2	3	2	2	3	2	1
1	1	2	1	2	1	2
1	3	1	2	3	2	2
2	1	1	3	2	2	2
2	2	1	1	2	1	2
2	2	1	2	1	2	2
2	2	2	3	2	1	1
2	3	2	1	1	1	2
2	3	2	2	1	2	1

2	1	1	3	1	2	1
2	1	1	2	3	1	1
2	3	1	1	1	2	2
2	3	1	2	1	1	1
1	2	1	2	1	2	2
2	2	1	1	1	2	2
2	1	2	2	1	1	2
2	1	1	2	3	2	1
2	1	1	2	1	1	1
1	3	1	3	3	2	1
2	3	1	3	1	2	2
2	3	2	2	2	2	1
2	3	2	2	2	1	1
2	1	1	1	1	2	2
1	1	2	3	2	1	1
2	2	2	2	3	2	2
2	3	1	2	2	1	2
2	1	1	2	2	1	2
2	1	2	3	3	2	1
2	1	1	3	2	1	1
2	1	2	1	3	1	2
2	1	2	2	1	2	2
2	3	2	2	3	1	2
2	1	2	1	1	2	2
2	3	1	2	2	1	1
1	2	1	3	1	2	2
2	3	1	1	3	1	2
1	2	1	2	2	1	2
1	3	2	3	2	1	1
2	2	1	2	2	2	2
2	1	2	2	3	1	1
2	2	1	1	3	1	1
2	2	1	2	3	2	1
2	1	1	1	2	2	2
2	1	1	1	1	1	2
2	1	2	2	2	1	2
1	1	1	2	3	1	2
2	2	1	2	2	1	1
1	1	1	3	1	2	2
1	2	1	3	1	1	2
1	2	1	3	3	1	2

1	2	2	1	2	2	2
1	2	2	3	2	1	1
1	3	1	3	3	1	2
2	2	1	2	3	2	2
2	2	1	3	2	1	1
2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	3	1	2
2	2	2	3	1	2	1
2	3	1	1	3	2	2
2	1	1	2	1	2	2
2	3	2	3	3	2	1
2	1	2	2	2	2	2
2	3	1	2	3	1	1
2	3	1	1	2	2	1
1	2	1	3	2	1	2
2	3	2	2	2	2	2
2	1	1	1	2	1	2
2	3	2	2	1	1	2
2	3	1	3	2	1	1
2	2	2	2	3	1	1
2	2	2	3	3	1	1
2	2	2	3	3	2	1
2	1	1	2	2	2	2
2	2	2	2	1	2	2
2	1	1	1	3	1	2
2	2	1	3	1	2	1
2	3	1	3	3	1	1
2	3	2	3	3	1	1
1	3	1	3	2	1	2
2	1	1	3	3	1	2
2	3	1	2	2	2	2
2	1	1	3	3	1	1
2	1	2	3	3	1	1
2	1	1	2	3	2	2
2	2	1	2	2	1	2
2	3	1	3	1	2	1
2	3	1	3	2	2	1
2	1	2	2	3	1	2
1	1	2	3	3	1	2
1	1	2	1	2	2	2
1	3	2	3	2	1	2

2	2	1	2	1	1	2
2	2	1	3	1	1	1
2	3	1	2	3	2	1
2	1	1	2	1	1	2
2	2	1	1	2	2	1
1	1	1	3	3	1	2
2	3	1	2	1	2	2
2	3	2	1	2	1	1
2	3	2	3	3	2	2
2	2	2	2	2	1	2
2	1	2	3	2	1	1
2	2	1	2	3	1	2
2	3	2	2	2	1	2
1	1	2	3	3	2	2
2	1	2	3	3	1	2
1	1	1	3	3	2	2
1	1	2	3	1	2	2
1	1	2	3	2	2	2
1	3	2	2	3	1	1
1	3	2	3	2	2	1
2	2	1	3	3	1	1
2	2	2	3	3	2	2
2	3	1	2	1	1	2
2	3	2	3	2	1	2
2	1	1	3	2	1	2
2	3	2	3	3	1	2
1	1	2	3	1	1	1
2	1	1	2	3	1	2
2	3	2	2	1	2	2
2	1	1	3	1	1	1
1	1	1	3	1	1	2
1	3	2	3	3	2	2
2	2	1	3	1	2	2
2	2	1	3	3	1	2
2	3	2	2	3	2	2
2	1	2	3	3	2	2
2	1	2	1	2	2	2
1	3	2	3	3	1	2
2	2	2	3	3	1	2
1	2	2	1	2	1	2
1	2	2	3	2	1	2

2	1	1	3	1	1	2
2	1	1	3	1	2	2
2	2	1	1	1	1	2
2	3	1	2	3	1	2
2	3	1	3	2	2	2
2	3	2	3	2	1	1
2	1	2	3	2	2	1
2	1	2	1	2	1	2
2	1	1	3	3	2	1
1	2	1	3	2	2	2
1	2	2	3	3	1	2
1	2	2	3	3	2	2
2	3	1	3	3	1	2
1	1	2	3	2	1	2
2	1	1	3	3	2	2
2	2	1	3	2	1	2
1	1	2	3	1	1	2
2	1	2	3	2	2	2
1	1	2	1	3	1	2
1	2	2	3	1	1	1
1	2	2	3	1	2	1
1	2	2	3	2	2	1
1	2	2	3	2	2	2
1	3	2	1	3	1	1
1	3	2	1	3	1	2
1	3	2	2	3	1	2
1	3	2	3	1	1	1
1	3	2	3	1	1	2
1	3	2	3	1	2	1
1	3	2	3	1	2	2
2	1	1	1	3	2	2
2	1	2	3	2	1	2
2	2	1	1	3	2	2
2	2	1	3	2	2	2
2	2	1	3	3	2	2
2	2	2	3	1	1	1
2	2	2	3	2	1	2
2	2	2	3	2	2	1
2	2	2	3	2	2	2
2	3	1	2	3	2	2
2	3	2	1	3	1	2

2	3	2	3	1	1	2
2	3	2	3	1	2	2
2	3	2	3	2	2	1
2	3	2	3	2	2	2

پ-۲. توزیع های محتمل ترین پروفایل هایی که $(X_{15} = 1)$ را در سناریوی دو نتیجه می دهند

X14	X13	X12	X11	X8	X2
1	2	2	1	3	2
2	1	2	3	1	2
2	2	2	1	3	2
1	3	1	1	3	2
1	3	2	1	2	2
1	2	1	1	3	2
1	2	1	2	3	1
1	2	1	2	1	1
1	1	2	1	1	1
1	2	2	1	1	2
1	1	2	1	1	2
2	2	2	1	1	2
2	2	2	2	1	1
1	2	2	2	2	2
2	3	2	1	1	2
1	2	1	1	1	1
1	2	1	1	1	2
1	3	1	2	2	2
1	1	1	1	2	1
1	3	1	1	2	2
1	1	1	1	3	1
2	2	2	1	1	1
1	1	1	2	1	1
1	3	2	2	2	1
1	2	2	1	1	1
1	1	2	2	2	2
2	1	2	1	1	1
1	3	1	2	1	1
1	3	1	3	1	1
1	3	2	1	1	2

1	2	1	2	2	2
1	1	1	2	3	2
1	1	1	1	2	2
1	1	2	2	2	1
2	3	2	1	1	1
1	1	1	1	1	2
1	2	2	2	2	1
1	1	2	1	3	2
1	1	2	2	3	2
1	2	2	1	3	1
2	2	2	1	2	2
2	1	2	1	1	2
1	1	1	1	3	2
1	3	1	1	2	1
1	3	2	1	1	1
1	2	1	1	3	1
1	2	1	2	3	2
1	2	1	3	1	1
1	1	2	2	1	1
1	2	1	1	2	1
1	2	1	3	1	2
1	3	1	3	1	2
1	3	2	2	2	2
1	1	1	2	2	1
1	1	2	2	1	2
1	2	1	3	3	2
1	1	1	2	2	2
1	3	1	2	3	1
2	3	1	3	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	2	1	2	1
1	3	1	1	1	2
1	3	1	1	3	1
1	2	2	2	1	2
1	3	2	2	1	2
1	3	1	2	2	1
1	1	1	3	2	2
2	3	2	1	3	1
1	2	2	2	1	1
1	3	1	2	1	2
1	3	2	2	1	

2	1	2	1	3	1
1	2	1	1	2	2
1	3	1	1	1	1
1	1	1	2	3	1
1	2	2	2	3	1
2	3	1	1	3	2
1	3	1	2	3	2
1	2	1	2	2	1
1	1	1	2	1	2
1	2	1	3	2	2
1	1	1	3	1	2
1	1	2	1	3	1
1	2	1	2	1	2
2	2	1	1	1	1
2	1	2	1	3	2
1	2	1	3	2	1
1	1	1	3	2	1
2	2	2	1	2	1
1	3	1	3	2	2
2	2	1	2	1	2
2	2	2	2	3	2
1	1	2	2	3	1
1	2	2	3	1	1
1	3	2	1	2	1
2	2	1	1	3	2
2	3	1	1	1	1
2	3	1	3	3	2
2	3	2	1	2	2
2	1	1	1	1	2
1	1	1	3	1	1
2	2	2	2	2	2
2	2	1	2	2	2
2	1	1	1	2	2
1	3	1	3	3	2
1	2	1	3	3	1
1	1	1	3	3	2
2	1	2	2	1	1
1	3	1	3	3	1
1	3	1	3	2	1
1	2	2	1	2	1
2	1	1	3	2	2

2	2	1	2	1	1
1	3	2	3	3	2
2	1	1	1	1	1
1	1	2	1	2	2
2	3	1	1	1	2
1	2	2	1	2	2
2	2	2	2	1	2
2	1	2	1	2	2
2	2	1	1	1	2
2	3	1	1	3	1
2	2	1	2	3	1
1	1	1	3	3	1
2	3	2	2	3	1
1	1	2	3	1	2
2	3	1	1	2	1
2	1	2	2	1	2
2	1	1	1	2	1
1	2	2	3	3	1
2	1	1	1	3	2
2	1	2	2	3	2
2	2	2	1	3	1
2	3	2	1	3	2
2	2	1	1	2	1
2	1	1	2	2	1
2	3	1	2	1	2
1	3	2	3	3	1
2	1	2	1	2	1
2	2	1	3	3	2
1	1	2	3	3	1
2	1	1	2	2	2
2	3	2	2	1	1
2	1	1	2	1	2
2	1	1	1	3	1
2	2	1	1	3	1
2	1	2	2	2	2
2	2	2	2	2	1
1	1	2	3	3	2
2	1	2	2	2	1
2	3	1	2	2	2
1	1	2	3	2	2
2	3	1	3	2	1

2	3	2	2	2	2
2	3	1	2	2	1
2	3	1	2	1	1
2	3	2	2	3	2
2	1	1	2	3	2
2	2	2	3	2	1
2	1	1	3	1	2
2	1	1	2	1	1
2	3	2	2	2	1
2	1	1	2	3	1
2	3	1	1	2	2
2	2	1	3	1	1
1	2	2	3	3	2
2	3	2	2	1	2
2	2	1	2	3	2
2	1	2	2	3	1
2	1	2	3	3	2
2	1	1	3	2	1
2	2	1	1	2	2
1	3	2	3	2	1
2	2	2	3	1	2
2	3	1	3	1	2
2	2	1	2	2	1
2	3	2	1	2	1
2	2	2	2	3	1
2	3	2	3	3	2
2	2	1	3	2	2
2	2	2	3	3	2
2	1	1	3	3	1
2	2	2	3	3	1
2	3	1	2	3	1
1	1	2	3	2	1
2	3	2	3	3	1
2	1	2	3	3	1
1	2	2	3	2	1
2	2	1	3	2	1
2	2	1	3	1	2
2	3	1	3	2	2
2	3	1	3	3	1
1	3	2	3	2	2
2	2	1	3	3	1

2	3	1	2	3	2
2	1	1	3	1	1
2	3	2	3	2	1
2	1	2	3	2	1
1	1	2	3	1	1
1	3	2	2	3	1
2	1	1	3	3	2
2	1	2	3	2	2
1	2	2	3	1	2
1	2	2	3	2	2
1	3	2	1	3	1
1	3	2	3	1	1
1	3	2	3	1	2
2	2	2	3	1	1
2	2	2	3	2	2
2	3	2	3	1	1
2	3	2	3	1	2
2	3	2	3	2	2