فصلنامه پژوهش‌های پولی-بانکی
سال هفتم، شماره ۲۱، پاییز ۱۳۹۳
صفحات ۵۰۵-۴۷۷

# رتبه‌بندی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک و کاهش هزینه فرصت الزام سرمایه

**هادی حیدری** *

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۳/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۱/۲۶

## چکیده

رتبه‌بندی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک به‌منظور کاهش هزینه فرصت الزامات سرمایه‌ای، یک ابزار مهم برای ارزیابی عملکرد این مدل‌ها محسوب می‌شود. در این مقاله به رتبه‌بندی و آزمون آماری توانایی پیش‌بینی مکمل مدل‌ها پرداخته‌ایم. روش رتبه‌بندی استفاده‌شده با لحاظ‌کردن اندازه تنبیهی برای مدل‌های ارزش درمعرض ریسک این اجازه را به مدیران ریسک می‌دهد که هزینه ریسک و تخصیص سرمایه را به‌گونه‌ای مؤثر تفسیر کنند. از این روش در مقایسه عملکرد مدل‌های موجود پارامتریک شامل مدل‌های عمومی GARCH و جابه‌جایی مارکوف در ارزیابی ارزش درمعرض ریسک برای داده‌های روزانه شاخص کل بازار سهام تهران در دوره ۱۳۸۰-۱۳۹۱ استفاده شده است. نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از روش رتبه‌بندی و آزمون پیش‌بینی مکمل تأیید می‌کند که مدل‌های FIEGARCH و EGARCH دارای نتایج بهتری نسبت به دو مدل GARCH و مدل جابه‌جایی مارکوف برای پیش‌بینی ارزش درمعرض ریسک شاخص بازدهی بازار سهام تهران هستند.

**واژه‌های کلیدی:** مدل‌های پارامتریک، ریسک بازار
**طبقه‌بندی JEL:** C15، G21، G28

* پژوهشگر گروه بانکداری، پژوهشکده پولی و بانکی؛ hadi.h.k85@gmail.com

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

## ۱ مقدمه

توافق‌نامه بال[1] در سال ۱۹۸۸ عمدتاً انعکاس‌دهنده ریسک اعتباری بانک‌ها بوده که حاصل از نسبت سرمایه پایه نوع اول و دوم به مقدار موزون‌شده به دارایی‌هاست. در این توافق‌نامه سبد دارایی بانک‌ها به‌عنوان دفتر معاملاتی[2] دیده شده است و از روشی متفاوت برای اندازه‌گیری ریسک دفتر معاملاتی بانک‌ها استفاده می‌شود. بانک‌ها اجازه دارند با کمک بخش مدیریت ریسک داخلی خود از مدل‌های ارزیابی ارزش درمعرض ریسک[3] استفاده کنند. در سال‌های اخیر بانک تسویه بین‌المللی[4] به ارزیابی تأثیرات رویکرد جدید بین بانک‌ها بر حداقل الزامات سرمایه[5] پرداخته است.

این مقاله به ارائه روشی کاربردی برای ارزیابی عملکرد مدل‌های استفاده شده در محاسبه ارزش درمعرض ریسک برای شاخص قیمتی بازار سهام تهران می‌پردازد. این رویکرد علاوه بر ارتقای روش استفاده‌شده طبق قوانین بال برای تخصیص سرمایه اقتصادی ریسک بازار بانک‌ها، موجب افزایش دقت مدل‌ها نیز می‌شود. همچنین، یک روش رتبه‌بندی و یک آزمون آماریِ توانایی پیش‌بینی مکمل را برای تحلیل برتری نسبی مدل‌های متفاوت شاخص بازدهی و نقدی بورس تهران درنظر می‌گیریم. ایده مهم مدل رتبه‌بندی ادغام معیارهای ارزیابی در تشخیص عملکرد مدل‌ها است که همراه با آزمون آماری توانایی پیش‌بینی مکمل به ارائه یک چهارچوب نظام‌مند برای تشخیص مدل‌های برتر ارزیابی ارزش درمعرض ریسک که می‌توانند پویایی‌های موجود در بازار را در خود لحاظ کنند، استفاده می‌شود. همچنین، درنهایت با استفاده از مدل مبنایی که در رتبه‌بندی به‌عنوان مدل مناسب تشخیص داده می‌شود، میزان سرمایه موردنیاز را برای پوشش ریسک بازاری بانکی که دارای سبد دارایی مشابه با سبد دارایی بازار سهام تهران باشد، به‌دست می‌آوریم.

---

[1] Basel agreement
[2] trading book
[3] value at risk (VaR)
[4] settlement international bank
[5] minimum requirement of capital

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

انواع متفاوتی از مدل‌های ارزیابی و پیش‌بینی ارزش درمعرض ریسک وجود دارند که می‌توان آنها را به گروه‌های پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه‌پارامتریک[۱] یا دوگانه[۲] تقسیم کرد. اینکه از کدام روش برای پیش‌بینی ارزش درمعرض ریسک و ارزش درمعرض پاداش در مورد کدام سهام استفاده کنیم نکته حائز اهمیتی است. ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک عنوان یک پاسخ برای این پرسش است. طیف وسیعی از شرایط ارزیابی پیش‌بینی مدل‌های موجود برای ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک وجود دارد، که ازجمله آنها احتمال پوشش تجربی[۳]، تابع زیان تخمین‌زده‌شده خطاها[۴] و آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل[۵] را می‌توان نام برد.

از آنجا که روش‌های ارزیابی ارزش درمعرض ریسک متنوع است، هیچ استاندارد بین‌المللی برای نحوه ارزیابی آن نیست. پس این احتمال برای مؤسسات مالی وجود دارد که این ارزش درمعرض ریسک یا ریسک بازاری را به‌صورت بیش‌ازحد یا کمترازحد تخمین بزنند. آماره‌های توصیفی مانند میانگین و واریانس خطاها، حداقل و حداکثر خطاها نیز در ادبیات موجود در این زمینه به‌کار برده شده‌اند. (برکویتز و اوبرین[۶]، ۲۰۰۲)

در ادامه با استفاده از روش ارائه‌شده توسط شنر، بارونیانا و منگوتورک[۷] (۲۰۱۲) عملکرد مدل‌های استفاده‌شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. اندازه تنبیهی استفاده‌شده در این روش برای مدل‌های ارزش درمعرض ریسک به مدیران ریسک بازار مؤسسات مالی اجازه می‌دهد که هزینه ریسک و تخصیص سرمایه را به‌گونه‌ای مؤثر تفسیر کنند. با استفاده از این رویکرد می‌توان علاوه‌بر درنظرگرفتن امتیاز منفی برای بزرگ‌بودن اندازه خطای مقدار تحقق‌یافته و مقدار پیش‌بینی‌شده، امتیاز منفی دیگری را نیز برای تخصیص سرمایه بیش‌ازحد درنظر گرفت. این امر موجب ارتقای تصمیم‌گیری مدیران در مورد بهینه‌شدن سرمایه تخصیص‌یافته به ریسک بازار نسبت به قوانین پیشنهادی توافق‌نامه بال می‌شود.

---

[1] semi-parametric
[2] hybrid
[3] empirical coverage probabilities
[4] error estimating loss functions
[5] predictive ability tests
[6] Berkowitz & O'Brien
[7] Şener, Baronyana & Mengütürk

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

ساختار پژوهش بدین صورت است که بخش ۲ به بررسی ادبیات نظری و تجربی موجود در این زمینه می‌پردازد. در بخش ۳ رویکردهای متفاوت پارامتریک به ارزش درمعرض ریسک معرفی شده است و رتبه‌بندی این مدل‌ها از نظر کارایی در بخش ۴ انجام می‌شود. بخش ۵ به معرفی داده‌های استفاده‌شده و تحلیل آماری آنها اختصاص داده شده است. نتایج تخمین مدل، رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریک و نتیجه‌گیری به‌ترتیب در بخش‌های ۶ تا ۸ ارائه شده است.

## ۲ پیشینه تحقیق

طیف وسیعی از مدل‌های ارزیابی ارزش درمعرض ریسک برای محاسبه ریسک بازار سبد دارایی بانک‌ها وجود دارد. نکته حائز اهمیت در تمام این روش‌ها این است که بانک‌ها علاوه بر دقت در تخمین مدل‌های ارزیابی ریسک بازار به بهینه‌بودن آن بسیار اهمیت می‌دهند. در عمل پیش‌بینی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک به‌دلیل برخی خواص ناشی از غیراستانداردبودن ویژگی آماری سری زمانی بازدهی با خطا مواجه می‌شود. همان‌طور که در پژوهش‌های معتبر نیز اشاره شد، بازدهی‌ها در بازارهای مالی دارای خاصیت مستقل و یکسان توزیع‌شده[1] (iid) و توزیع نرمال نیستند. این خاصیت با استفاده از برخی حقایق موجود در داده‌های سری زمانی بازدهی‌ها منعکس می‌شود که عبارت‌اند از:

اولاً، خوشه‌ای بودن تلاطم‌ها با استفاده از همبستگی بالای بین قدرمطلق و یا مربعات بازدهی‌ها قابل‌بیان است. ثانیاً، تابع توزیع چگالی غیرشرطی بازدهی‌ها در اطراف میانگین کشیدگی بیشتر داشته و دارای خاصیت دنباله پهن‌تر نسبت به توزیع نرمال است. سوماً، کشیدگی ملایم بازدهی‌ها به احتمال زیاد همان‌طور که در جان‌دوو و روکینگ[2] (۲۰۰۶) اشاره شده است، به‌دلیل تغییر در طول زمان آنها است.

میتنایک و پاوللا[3] (۲۰۰۳) و جیوت و لاورنت[4] (۲۰۰۴) در پژوهش‌های خود به این نتیجه رسیدند که مدل‌های خانواده $GARCH$[5] که از تابع توزیعی مانند توزیع $t$ استفاده می‌کنند، دارای پیش‌بینی بهتری برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها هستند.

---

[1] independent and identically distributed

[2] Jondeau & Rockinger

[3] Mittnik & paollela

[4] Giot & Laurent

[5] generalized autoregressive conditional heteroskedasticity

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

همچنین، برخی از پژوهشگران نیز برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک سبد دارایی بانک‌ها از مدل‌های جابه‌جایی رژیم مارکوف استفاده نموده‌اند که ازجمله می‌توان به لوکس و آریاس[1] (۲۰۱۰) و کالوت و فیشر[2] (۲۰۰۴) اشاره نمود. جوریون[3] (۲۰۰۱) مرور جامعی بر مدل‌های ارزیابی ارزش درمعرض ریسک انجام داده است.

برای مقایسه و ارزیابی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک و بهینه‌بودن آنها به‌منظور کاهش هزینه الزامات سرمایه‌ای ریسک بازار برای بانک‌ها نیز پژوهش‌های گسترده‌ای وجود دارد که خلاصه‌ای از این پژوهش‌ها در ادامه آمده است. شنر و همکاران (۲۰۱۲) با ارائه تعریفی مشابه مقاله لوپز[4] (۱۹۹۸) به رتبه‌بندی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها پرداخته‌اند.

لوپز (۱۹۹۸) با درنظرگرفتن وزن‌های متفاوت برای نتایج کمترازحد تخمین‌زده‌شده و نتایج بیشترازحد تخمین‌زده‌شده، تابع زیان موردنظر خود را استخراج نموده است. آوارتانی و کورادی[5] (۲۰۰۵)، فورتز، ایزلدین و کالوتیچو[6] (۲۰۰۹)، جیاکومینی و وایت[7] (۲۰۰۶)، هانسن[8] (۲۰۰۵)، هانگ، لی و لیو[9] (۲۰۰۸)، لوپز و دیبولد[10] (۱۹۹۵) نیز از روش‌های متفاوتی برای ارزیابی پیش‌بینی مدل‌های موجود با استفاده از داده‌های بازارهای مالی و تابع زیان موردنظر بهره برده‌اند.

## ۳ چهارچوب تحلیل

به‌طورکلی، ارزش درمعرض ریسک، زیان بالقوه[11] در ارزش یک دارایی ریسکی یا سبد دارایی را در دوره زمانی تعریف‌شده و در سطح اطمینان مشخص اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین، اگر

---

[1] Lux & arias
[2] Calvet & Fisher
[3] Jorion
[4] Lopez
[5] Awartani & Corradi
[6] Fuertes, Izzeldin & Kalotychou
[7] Giacomini & White
[8] Hansen
[9] Hung, Lee & Liu
[10] Lopez & Diebold
[11] potential loss

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

مقدار ارزش درمعرض ریسک برای یک دارایی در یک هفته برای سطح اطمینان ۹۵ درصدی ۱۰۰ واحد (بر پایه واحد پول) تعیین شود، این بدین معناست که ۵ درصد احتمال دارد که ارزش این دارایی بیش از ۱۰۰ واحد برای دوره موردنظر افت کند.

ارزش درمعرض ریسک بر زیان‌بالقوه و ریسک‌های نامطلوب[1] تمرکز دارد. کاربرد آن در بانک‌ها منعکس‌کننده نگرانی آنها از به‌وجودآمدن بحران نقدینگی است، زیرا حالت بحرانی برای بانک‌ها در سطح احتمال کم موجب زیانی می‌شود که این زیان به سرمایه بانک و درنهایت اعتماد مشتریان سرایت می‌کند. مدیریت سرمایه بلندمدت در مؤسسات مالی در سال‌های اخیر موردتوجه شدید مؤسسات نظارتی مالی مانند کمیته بال[2] است. الزام سرمایه‌ای برای ریسک بازار یکی از اجزای مهم الزام سرمایه کل برای بانک‌ها به‌حساب می‌آید. این مقدار برای ریسک بازار با توجه به مقدار مدل ارزش درمعرض ریسک و عملکرد آن محاسبه می‌شود.

به‌طور خلاصه الزام سرمایه بانک بر پایه رابطه ۱ به‌دست می‌آید که در آن $VaR_t(۱۰,۰/۰۱)$ مقدار ارزش درمعرض ریسک در زمان $t$ برای دوره نگهداری ۱۰ روز و در سطح ۰/۰۱ است. ضریب $\lambda_t$ نیز طبق قوانین بال به این صورت است که اگر تعداد تخطّی کمتر از ۴ باشد، مقدار ۳ و اگر مقدار تخطّی بین ۵ تا ۶ باشد، مقدار ۳/۵ و برای بزرگ‌تر از ۱۰ مقدار ۴ را می‌پذیرد. این طبقه‌بندی بر پایه تخطّی‌های رخ‌داده در ارزش درمعرض ریسک از میان ۲۵۰ مشاهده سالانه استخراج شده است.

$$MCR_t = \max(VaR_t(۱۰,۰/۰۱), \lambda_t \frac{۱}{۶۰}\sum_{t=۰}^{۵۹} VaR_{t-۱}(۱۰,۰/۰۱)) \qquad (۱)$$

با توجه به رابطه الزام سرمایه‌ای فوق، این روش برای ارزیابی مدل ارزش درمعرض ریسک فقط بر مقدار تخطّی مدل‌ها تمرکز می‌کند. درحالی‌که برای بهینه‌شدن سرمایه اقتصادی تخصیص‌یافته به ریسک بازار، در این مقاله علاوه بر تخطّی به اندازه تنبیهی برای تخمین بیش‌ازحد مدل نیز توجه شده است. فرض می‌شود که سرفصل سرمایه‌گذاری در ترازنامه بانک‌ها شامل ارزش کل سرمایه‌گذاری بانک در بازار سهام تهران است. با توجه به اینکه مدیران بخش سرمایه‌گذاری در بانک‌ها همواره سبد دارایی را تشکیل می‌دهند که ارزش این سبد با شاخص اصلی بازار سهام تهران تغییر می‌کند، بنابراین در این پژوهش

[1] downside risk
[2] Basel Committee

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

مدل مناسب برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک شاخص اصلی بورس تهران محاسبه شده است.

## ۱.۳ مدل‌های خانواده GARCH

همان‌طور که در بخش پیش نیز اشاره شد، بازدهی‌ها در بازارهای مالی دارای خاصیت iid و توزیع نرمال نیستند. مدل‌های پارامتریک بر پایه این فرض که بازدهی‌ها دارای خاصیت رابطه ۲ هستند طراحی می‌شوند، به‌طوری‌که $\mu_t$ و $\sigma_t$ پارامترهای قابل اندازه‌گیری و $z_t \overset{iid}{\sim} fz(.)$ که در آن $fz$ تابع توزیع جملات اختلال است.

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sigma_t z_t \qquad (۲)$$

در مدل‌های اصلی $GARCH$ و $ARCH$ فرض بر این است که $z_t$ دارای توزیع نرمال است، که این فرض برای این دسته از سری‌های زمانی شرط کافی نیست. پیش‌بینی ارزش درمعرض ریسک برای $h$ دوره آتی بر پایه اطلاعات تا زمان $t$ به‌صورت $\hat{VaR}_{t+h} = -(\hat{\mu}_{t+h} + \hat{\sigma}_{t+h} Q_\lambda(z))$ است، که در آن $Q_\lambda(z)$ مقدار کوانتیل مرتبط با $fz$ را نشان می‌دهد.

در مدل‌های غیرشرطی پارامتریک تساوی $\mu_t = \mu$ و $\sigma_t = \sigma$ برقرار است و بنابراین فرض می‌شود که بازدهی دارای خاصیت iid با تابع چگالی $\sigma^{-1} fz(\sigma^{-1}(r_t - \mu))$ است. مدل‌های شرطی میانگین بازدهی‌ها به‌صورت معادله $ARMA(p,q)$ به شکل معادله رابطه ۳ هستند.

$$\mu_t = a_. + \sum_{i=1}^{p} a_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} a_. \varepsilon_{t-j} \qquad (۳)$$

عمومی‌ترین شکل مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی پارامتریک مدل‌های $GARCH(r,s)$ هستند که بولرسلو[1] (۱۹۹۰) به‌صورت معادله رابطه ۴ معرفی کرده است.

[1] Bollerslev

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

$$\sigma_t^2 = c_. + \sum_{i=1}^{r} c_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{s} d_j \sigma_{t-j}^2 \quad (۴)$$

بولرسلو و میکلسن[1] (۱۹۹۶) بازنویسی رابطه ۲ برای لحاظ‌کردن حافظه بلندمدت در مدل‌های واریانس ناهمسانی $FIEGARCH(p,d,q)$ به‌صورت رابطه ۵ پرداخته‌اند.

$$\sqrt{h_t} = \sigma_t$$
$$\ln(h_t) = \phi(^{L}(^{1}[1 + \alpha(L)]\, g(z_{t-1}) \quad (۵)$$
$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}},\ g(z_t) = \gamma_1 z_t + \gamma_2[|z_t| - E|z_t|]$$

در حالت کاربردی برای این دسته از مدل‌ها می‌توان فروضی را برای تابع توزیع جملات اختلال یعنی $f_z$ در معادله رابطه ۲ درنظرگرفت: توزیع نرمال، توزیع $t$، و توزیع $t$ نامتقارن با تابع توزیعی که در معادله رابطه ۶ بدان اشاره شده است که در آن $d,\theta,\nu \in \mathbb{R}^+$ ، $I(.)$ تابع نشان‌گر، $C = [(\theta + \theta^{-1})d^{-1}\nu^{1/d}B(d^{-1},\nu)]^{-1}$ و $B(.)$ تابع بتا است.

$$f(z;d,\nu,\theta) = C(1 + \frac{(-z\theta)^d}{\nu})^{-\frac{\nu+1}{d}} I(z < 0) + C(1 + \frac{(-z\theta)^d}{\nu})^{-\frac{\nu+1}{d}} I(z \geq 0) \quad (۶)$$

می‌توان با استفاده از رابطه ۲ ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها را در سطح اطمینان $\alpha$ به‌صورت معادله رابطه ۷ بازنویسی کرد.

$$\alpha = \int_{-\infty}^{VaR} f(x)\, \mathrm{dx} \quad (۷)$$

### ۲.۳ مدل‌های تغییر رژیم مارکوف

یکی دیگر از مدل‌هایی که برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک استفاده می‌شود، مدل‌های تغییر رژیم مارکوف[2] (MRSM) هستند. این روش دارای یک احتمال گذار[3] است که با استفاده از سری زمانی بازدهی‌ها تخمین زده می‌شود. در این دسته از مدل‌ها فرض بر این است که بازدهی‌ها در دوره موردنظر دارای دو رژیم متفاوت با واریانس‌های مختلف و

[1] Bollerslev & Mikkelsen
[2] Markov Regime-Switching Models
[3] transition probability

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

میانگین‌های برابر (یا متفاوت) هستند. هرکدام از این رژیم‌ها یک حالت[1] از زنجیره مارکوف نیز نامیده می‌شود.

این مدل دارای ویژگی‌های آماری مفیدی است که می‌تواند برخی خواص داده‌های سری زمانی مالی مانند غیرخطی‌بودن، نامانابودن خوشه‌ای[2] و همبستگی متوالی و دم‌پهن‌بودن[3] را در خود لحاظ نماید، درحالی‌که خاصیت غیرخطی‌بودن در مدل‌های خانواده $GARCH$ به‌صورت مشابه درنظرگرفته نمی‌شود.

فرض می‌شود که در حالت ساده که قیمت سبد دارایی‌های بانک به دو رژیم محدود شود، بنابراین یک مدل MRSM از مرتبه اول داریم. همچنین با توجه به خواص مدل MRSM فرض بر این قرار داده می‌شود که احتمال بازدهی در حالت ۱ یا ۲ در زمان $t$ تابعی از حالتی است که در زمان $t-1$ قرار داشته است.

به‌طورکلی، رژیم یا حالت ۱ وضعیتی را نشان می‌دهد که داده‌ها دارای میانگین و واریانس بالا باشند و حالت ۲ یا رژیم دوم به وضعیتی اشاره می‌کند که داده‌ها دارای میانگین و واریانس پایین هستند. زنجیره‌های مارکوفی که مشاهده می‌شوند دارای ترکیبی از این دو رژیم یا حالت است به‌طوری‌که این ترکیب با یک احتمال گذار میان این دو حالت تعیین می‌شود.

فرض می‌شود که بازدهی دارایی‌ها به‌صورت ترکیبی از دو تابع چگالی نرمال متفاوت از هم باشند. به‌عبارت دیگر فرض بر این است که تلاطم‌های بالا متناظر با آن توزیعی باشد که واریانس بزرگ‌تری دارد و تلاطم‌های پایین متناظر با آن توزیعی باشد که دارای واریانس کمتری است. شکل کلی مدلی که درنظرگرفته می‌شود به‌صورت معادله رابطه ۸ است. برای این مدل دو حالت گزارش شده در رابطه ۹ را داریم که در آن $\varepsilon_t \sim IIN(0,1)$ است. می‌توان توزیع بازدهی را به‌طور خلاصه به‌شکل رابطه ۱۰ نوشت، به‌طوری‌که $p_{ij}$ احتمال جابه‌جایی از حالت $i$ به حالت $j$ ام است و $p_{ii}$ احتمال این است که جابه‌جایی بین زنجیره‌ای از حالات رخ نداده و در همان حالت پیشین باقی بماند.

---

[1] state

[2] volatility clustering

[3] fat tail

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

$$r_t = \mu_t(S_t) + \sigma_t(S_t)\varepsilon_t \quad (۸)$$

$$r_t = \begin{cases} \mu_{۰} + \sigma_{۰}\varepsilon_{۰} \text{ if } S_t = ۰ \\ \mu_{۱} + \sigma_{۱}\varepsilon_{۱} \text{ if } S_t = ۱ \end{cases} \quad (۹)$$

$$r_t = \begin{cases} N(\mu_{۰}, \sigma_{۰}^{۲}) \text{ if } S_t = ۰ \\ N(\mu_{۰}, \sigma_{۱}^{۲}) \text{ if } S_t = ۱ \end{cases} \quad (۱۰)$$

بنابراین، می‌توان اتحاد رابطه ۱۱ را در مورد این احتمالات گذار نوشت و ماتریس گذار را به‌صورت آن رابطه تعریف کرد.

$$\Pi = \begin{pmatrix} p_{00} & ۱ - p_{11} \\ ۱ - p_{00} & p_{11} \end{pmatrix}, p_{ii} + p_{jj} = ۱ \quad (۱۱)$$

عامل بازدهی برای مدل‌های تغییر رژیم مارکوف به‌صورت معادله ۱۱ در نظر گرفته شده است درحالی‌که برای مدل‌های خانواده $GARCH$ بازده سهام موردنظر به‌صورت معادله رابطه ۱۲ است که در آن $F_{it}$ عوامل ریسک بازار بوده و مقدار ارزش درمعرض ریسک و ارزش در معرض پاداش به‌صورت رابطه ۱۳ خواهد بود که $\alpha$ و $\beta$ احتمال متناظر با بازه اطمینان در نظر گرفت شده و $h$ دوره مورد بررسی و $p(S_{t+h}|I_t)$ احتمال پیش‌بینی شده برای $S$ رژیم در انتهای دوره مورد بررسی است، که از روش فیلتر همیلتون به‌دست می‌آید.

$$r_t = \mu_t(S_t) + \sum_{i=1}^{n} \beta_i F_{it} + \sigma_t(S_t)\varepsilon_t \quad (۱۲)$$

$$\alpha = \sum_{S_{t+h}}^{n} p(S_{t+h}|I_t) + \int_{-\infty}^{VaR_t} N(x, \mu_{t+h}(S_t), \sigma^{۲}(S_t)|I_t)\, \mathrm{dx}$$
$$\beta = \sum_{S_{t+h}}^{n} p(S_{t+h}|I_t) + \int_{VaR_t}^{\infty} N(x, \mu_{t+h}(S_t), \sigma^{۲}(S_t)|I_t)\, \mathrm{dx} \quad (۱۳)$$

## ۴ مقایسه مدل‌های ارزش در معرض خطر

لحاظ‌کردن اندازه تنبیهی برای مدل‌های ارزش درمعرض ریسک به مدیران ریسک بانک‌ها اجازه می‌دهد که هزینه ریسک و تخصیص سرمایه را به‌گونه‌ای مؤثر تفسیر کنند. شنر و همکاران (۲۰۱۲) با درنظرگرفتن این ویژگی به ادغام معیارهای ارزیابی در تشخیص عملکرد

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

مدل‌ها پرداخته‌اند و همراه با آزمون آماری توانایی پیش‌بینی مکمل یک چهارچوب نظام‌مند برای تشخیص مدل‌های برتر ارزیابی ارزش درمعرض ریسک را ارائه داده‌اند.

با استفاده از این مدل درصددیم عملکرد مدل‌های خانواده $GARCH$ و جابه‌جایی مارکوف را با یکدیگر مقایسه کنیم. علاوه بر آن توافق‌نامه بال سه نیز به ارائه استانداردهایی برای الزامات سرمایه به‌گونه‌ای که بتوانند ریسک‌های بازاری را پوشش دهند پرداخته است. با استفاده از این رویکرد می‌توانیم علاوه بر درنظرگرفتن امتیاز منفی برای بزرگ‌بودن اندازه خطای مقدار تحقق‌یافته و مقدار پیش‌بینی‌شده، امتیاز منفی دیگری را نیز برای تخصیص سرمایه بیش‌ازحد درنظر بگیریم.

## ۱.۴ روش‌شناسی ارزیابی مدل

ارزیابی مؤثر و هدفمند برای روش‌های متفاوت ارزش درمعرض ریسک باید دربرگیرنده تابع زیان قابل‌قبولی باشد، به‌گونه‌ای که این تابع زیان مقدار عددی را برای انعکاس نظارت قانون‌گذار و محدودیت‌های موردتوجه مدیریت ریسک فراهم آورد. تخمین بیش‌ازحد یا کمترازحد واقع موجب چولگی در قضاوت مدیر ریسک می‌شود، اما تابع زیان به‌عنوان ابزاری برای سنجش میزان دقت پیش‌بینی استفاده می‌شود.

محدودیتی برای تعریف خطا وجود ندارد و روش‌هایی که یک تابع خطا می‌تواند بر پایه آن تعریف شود بر پایه هدف موجود متفاوت است. به‌طورکلی، خطاها به‌صورت یک تابع از مقادیر تحقق‌یافته و تخمین‌زده‌شده هستند. بنابراین، در تعریف ارزش درمعرض ریسک اگر $VaR_{j,t}$ مقدار ارزش درمعرض ریسک پیش‌بینی‌شده در زمان $t$ با استفاده از مدل $j$ باشد و $l_{j,t}$ تابع زیان که دارای شکل کلی معادله رابطه ۱۲ است (که در آن $x_t$ بازدهی تحقق‌یافته در زمان $t$ است، درصورتی که $f \neq h$ باشد) یک تابع زیان قاعده‌مند برای تخمین کمتر یا بیش‌ازحد برآورد شده، به‌دست آید.

$$l_{j,t} = \begin{cases} f(x_t, VaR_{j,t}) \text{ if } x_t \geq VaR_{j,t} \\ h(x_t, VaR_{j,t}) \text{ if } x_t \leq VaR_{j,t} \end{cases} \quad (۱۲)$$

اگر $f \geq h$ شدت بیش‌ازحد برآوردشدن قابل‌توجه است. همچنین، اگر $f \leq h$ کمتر برآوردشدن قابل‌توجه بوده و وضعیت موجود مطلوب نیست. در حالتی که $f = h$ است وزن‌های مساوی به خطاهای بیش‌ازحد برآوردشده و خطاهای کمترازحد برآوردشده داده می‌شود.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

با درنظرگرفتن روش‌های متفاوت برای ارزیابی ارزش در معرض خطر، می‌توان از تابع زیان برای رتبه‌بندی دقت پیش‌بینی بازدهی‌های منفی استفاده نمود. ارزیابی پیش‌بینی معمولی که بر پایه روش غیرشرطی باشد دارای خطای زیادی است، بنابراین یک مدل رتبه‌بندی کامل علاوه بر درنظرگرفتن تعداد زیان‌های پیش‌بینی نشده باید بزرگی و درجه خوشه‌ای‌بودن این زیان‌های پیش‌بینی‌نشده را نیز درنظر بگیرد. بر پایه اطلاعات موجود در مقالات مشابه تابع زیانی که تمام ویژگی‌های بالا را داشته باشد وجود ندارد و بنابراین از توابع زیان متفاوت به‌گونه‌ای که شامل اطلاعات مکمل یکدیگر باشند استفاده می‌شود.

## ۲.۴ رتبه‌بندی مدل

با توجه به تابع زیان رابطه ۱۲ برای $f \neq h$ یک مدل برای تبدیل فضای بازدهی منفی به دو بخش فضای سالم[1] و فضای تخطّی[2] مطرح می‌شود. فضای سالم بازدهی‌های تحقق‌یافته منفی را که بالاتر از ارزش درمعرض ریسک محاسبه‌شده قرار دارند، درنظر می‌گیرد و فضای تخطّی زیان‌های غیرقابل‌انتظار بازدهی منفی که زیر ارزش درمعرض ریسک ارزیابی‌شده قرار گرفته‌اند را نشان می‌دهد. به‌عبارت دیگر، فضای سالم فاصله موردنیاز تا میزان سرمایه کارا و فضای تخطّی مقدار ریسک ورشکستگی یا ریسک ثبات مالی را اندازه‌گیری می‌کند.

در فضای تخطّی دو شرط عمده را برای ارزیابی مدل به‌کار می‌بریم. ۱) بزرگی مقدار زیان غیرقابل‌انتظار و ۲) خوشه‌ای‌بودن زیان غیرقابل‌انتظار. این دو شرط یک شاخص مقداری که از این به بعد اندازه تنبیهی[3] نامیده می‌شود را ایجاد می‌کند. بزرگی مقدار یک زیان غیرقابل‌انتظار می‌تواند به‌صورت تفاوت میان بازده تحقق‌یافته و اندازه ارزش درمعرض ریسک ارزیابی‌شده به‌دست آید. فرض می‌شود بازدهی تحقق‌یافته زیر مقدار ارزش درمعرض ریسک ارزیابی شده قرار بگیرد. این مقدار زیان غیرقابل‌انتظار در معادله رابطه ۱۳ تعریف شده است.

[1] Safe space
[2] violation space
[3] penalization measure

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

$$\varepsilon_t = VaR_t - x_t;\ x_t < VaR_t \qquad (۱۳)$$

کوئستر، میتنیک و پائوللا[1] (۲۰۰۶) یک آزمون آماری پوشش غیرشرطی تخطّی‌ها[2] را برای ارزیابی روش‌های متفاوت ارزش درمعرض ریسک معرفی کرده‌اند. به‌طور خلاصه، پوشش غیرشرطی تخطّی‌ها تعیین می‌کنند که آیا روش‌های استفاده‌شده تعداد دقیق زیان‌های غیرقابل‌انتظار را بیان می‌کنند یا خیر. مدل رتبه‌بندی استفاده‌شده بدون اینکه از یک رویکرد آماری استفاده نماید به تعیین بزرگی زیان‌های غیرقابل‌انتظار پرداخته است. علاوه بر آن تعداد زیان‌های غیرمنتظره را نیز به‌صورت صریح به‌عنوان پارامتر تنبیهی آورده است.

به‌عبارت دیگر، خوشه‌ای از زیان‌های غیرمنتظره برای بازدهی منفی به‌عنوان دنباله‌ای از زیان‌های غیرمنتظره تعریف شده‌اند، که منظور همان تعداد نوسانات پی‌درپی است. یک نوسان تنها به‌عنوان یک خوشه درنظر گرفته می‌شود و یک نوسان z-خوشه‌ای[3] نشانگر نوسانات پی‌درپی به تعداد z است. یک نوسان z–خوشه‌ای متناظر با تعداد زیان‌های غیرمنتظره‌ای خواهد بود که در این نوسان رخ می‌دهد، $z_i$ نشان‌دهنده طول $i$ امین خوشه است. بنابراین، مقداری که به این خوشه نسبت داده می‌شود با $C_i$ نشان داده می‌شود که به‌صورت معادله رابطه ۱۴ محاسبه می‌گردد، به‌طوری‌که $\varepsilon_{b,i}$، $b$امین زیان غیرمنتظره در خوشه $i$-ام را نشان می‌دهد و $i$ امین خوشه دارای زیان‌های غیرمنتظره‌ای به تعداد $z_i$ است.

$$C_i = \prod_{b=1}^{z_i}(1 + \varepsilon_{b,i}) - 1 \qquad (۱۴)$$

بازدهی‌های خوشه‌ای یک مفهوم غیرآماری برای اندازه‌گیری شدت خطای همبستگی به‌حساب می‌آیند.

کوئستر و همکاران (۲۰۰۶) برای مقایسه مدل‌های جایگزین یک آزمون آماری برای نوسانات مستقل معرفی کرده‌اند. روش استفاده‌شده در این پژوهش نیز مشابه روش یادشده

[1] Kuester, Mittnik & Paolella

[2] violation unconditional converging

[3] z-clustering

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

است به‌گونه‌ای که روش رتبه‌ای یک مقدار را برای تنبیه همبستگی بین زیان‌های غیرمنتظره با استفاده از ابزارهای غیرآماری درنظر گرفته است.

علاوه‌برآن، از آنجا که ممکن است در این فضا تخطّی بیش از یک خوشه وجود داشته باشد، برای اطمینان به این روش، این تعداد را با $\alpha$ نشان می‌دهیم. در این حالت علاوه بر خوشه‌های درست‌شده تأثیرمتقابل این خوشه‌ها بر یکدیگر نیز در تابع زیان همبستگی لحاظ می‌شود. شدت این تأثیرمتقابل با استفاده از نسبت معکوسی از تابع نسبی از فاصله میان خوشه‌ها مقداردهی می‌شود. انگیزه‌ای که برای تعریف چنین تابعی وجود دارد برخاسته از کاهش شدت تأثیرمتقابل میان خوشه‌های بازدهی در قیاس با افزایش فاصله میان خوشه‌های موجود در بازدهی‌ها است.

به‌طور دقیق‌تر، فرض می‌شود که $k$ فاصله میان دو خوشه باشد. برای ساده‌سازی موضوع مقدار $1/k$ به‌عنوان اندازه شدت این تأثیر متقابل درنظر گرفته می‌شود. بنابراین، تأثیر متقابل $i$امین و $i+m$امین خوشه به‌صورت رابطه ۱۵ نمایش داده شده است، به‌طوری‌که $k_{i,i+m}$ فاصله یا زمان میان $i$امین و $i+m$امین خوشه و $m$ هم عدد انتخابی مناسب نسبت به تعداد کل خوشه‌ها است. توجه شود که $C_i \times C_{i+m}$ شامل اطلاعاتی از زیان غیرمنتظره و زیان غیرمنتظره حاصل از خوشه‌ها است.

$$C_i \times C_{i+m} = \frac{1}{k_{i,i+m}} \left(\prod_{b=1}^{z_i}(1+\varepsilon_{b,i}) * \prod_{b=1}^{z_{i+m}}(1+\varepsilon_{b,i+m}) - 1\right) \qquad (15)$$

برای به‌دست‌آوردن یک زیان کلی می‌توان مقدار این ترکیب‌های موجود از این زیان‌ها را با هم جمع کرد. این زیان کلی را اندازه تنبیهی برای فضای تخطّی می‌نامیم و مقدار آنرا با $\Phi$ نشان می‌دهیم که در رابطه ۱۶ محاسبه شده است. هرچه فاصله میان خوشه‌ها بیشتر شود شدت تأثیر متقابل خوشه‌ها بر یکدیگر کاهش می‌یابد که این موجب کاهش مقدار $\Phi$ می‌شود.

$$\Phi = \sum_{i=1} \sum_{m=1} C_i \times C_{i+m} \qquad (16)$$

در فضای سالم تخصیص سرمایه بیش‌ازحد دارای هزینه است، به‌گونه‌ای که موجب کاهش سود بنگاه یا بانک می‌شود، که ممکن است باعث کاهش عملکرد اقتصادی بنگاه شود. اما از آنجا که افزایش تخصیص سرمایه موجب بی‌ثباتی در اقتصاد یا نکول نمی‌شود، تنبیه همبستگی میان بازدهی‌های منفی بالای اندازه ارزش درمعرض ریسک موجب تخمین بیش‌ازحد قدرت تنبیهی برای فضای سالم می‌شود.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

از دید اقتصادی یک مدیر ریسک ممکن است به سود کمتری که به‌دلیل افزایش میزان تخصیص سرمایه باشد رضایت دهد تا به زیان‌های غیرمنتظره. بنابراین، اثر تنبیهی برای حالتی که تخصیص سرمایه نامناسب است درنظر نمی‌گیریم. یادآور می‌شود که اندازه تنبیهی برای فضای سالم بخاطر اجتناب از تخصیص سرمایه بیش‌ازحد است، بنابراین فقط روی مقادیر منفی از بازدهی که بالاتر از اندازه ارزش درمعرض ریسک قرار گرفته اند تمرکز می‌کنیم.

مقدار خطا برای بازدهی منفی مدنظر قرار گرفته می‌شود و اندازه خطا به طور ساده برابر با فاصله میان ارزش درمعرض ریسک به‌دست‌آمده و بازدهی تحقق‌یافته است. می‌توان مجموع این خطاها را به‌دست آورد و آن را با $\Psi$ نشان داد که همان اندازه تنبیهی برای فضای سالم نام دارد، که در رابطه ۱۷ نشان داده شده است که در آن $T$ تعداد کل نمونه‌ها و تابع نشان‌گر $1(x_t > VaR_t | x_t < ۰)$ خطاها را به فضای سالم محدود می‌کند.

$$\Psi(VaR_t, x_t) = \sum_{t=1}^{T}[1(x_t > VaR_t | x_t < ۰)](x_t - VaR_t) \qquad (۱۷)$$

هرچه مقدار کوانتیل ارزش درمعرض ریسک یعنی $\Theta$ کم می‌شود، نسبت فضای سالم به فضای تخطّی افزایش می‌یابد. وزن انتخاب‌شده باید به‌صورت تابعی از کوانتیل انتخاب‌شده باشد. این نکته قابل یادآوری است که در مدل‌های ارزش درمعرض ریسک تخمین کمترازحد مطلوب‌تر از تخمین بیش‌ازحد است. چنانچه تخمین بیش‌ازحد ارزش درمعرض ریسک موجب افزایش زیان غیرمنتظره می‌شود اما تخمین کمترازحد فقط سود کمتری را پیش‌بینی می‌کند.

در تابع زیان پیشنهادشده به فضای ضریب اهمیت $\Theta$ و به فضای ناسالم ضریب اهمیت $\Theta - ۱$ داده می‌شود. درنهایت، تعداد کل مشاهداتی که در مدل استفاده شده‌اند نیز برای نشان‌دادن مقیاس نمونه استفاده می‌شود، به‌گونه‌ای که $T > T^*$ تعداد بازدهی منفی و در آن تعداد کل بازدهی‌های مثبت داده‌های نمونه‌ای $T - T^*$ است. اندازه تنبیهی برای ترکیب فضای تخطّی و فضای سالم بازدهی منفی در رابطه ۱۸ محاسبه شده است. علاوه بر آن، نسبت رابطه ۱۹ برای نسبت مقدار تنبیهی هر مدل نیز محاسبه شده است. هرچه مدل استفاده‌شده نسبت بالاتری داشته باشد آن مدل بدتر است.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

$$PM(\theta, x, VAR) = \frac{1}{T^*}[(1-\theta)\,\Phi(x, VAR) + \theta\,\Psi(VaR_t, x_t)] \quad (18)$$

$$Ratio_j = \frac{PM_j}{\sum_{i=1}^{n} PM_i} \quad (19)$$

با استفاده از نسبت فوق می‌توانیم مدل‌های ارزیابی ارزش درمعرض ریسک را از بهترین مدل تا بدترین مدل رتبه‌بندی کنیم. نسبت فوق مشابه با آماره ارزیابی توانایی پیش‌بینی است.

## ۳.۴ آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل

هنگامی که به مقایسه آماری روش‌های پیش‌بینی می‌پردازیم، آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل[1] می‌تواند مکملی برای چهارچوب رتبه‌بندی مدل‌ها باشد. بدین منظور از روش‌های دیبولد و مارینو[2] (۱۹۹۵) و وایت[3] (۲۰۰۰) برای آزمون توانایی پیش‌بینی استفاده می‌شود.

فرض شود که برای دنباله‌ای از سری‌های زمانی $\{x_t\}_{t=1}^{T}$ دو نوع پیش‌بینی به‌صورت $\{g_{i,t}\}_{t=1}^{T}$ و $\{g_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ وجود داشته باشد. همچنین فرض کنیم که خطاهای متناظر با این دونوع پیش‌بینی به‌صورت $\{e_{i,t}\}_{t=1}^{T}$ و $\{e_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ باشد. یک تابع زیان دلخواه می‌توان به‌صورت تابعی از داده‌های واقعی و مقادیر پیش‌بینی‌شده به‌صورت $l(x_t, g_{i,t})$ تعریف شود. عمدتاً این تابع به‌شکل تابعی صریح از جملات خطا $l(x_t, g_{i,t}) = l(e_{i,t})$ است، که به اختصار به‌صورت $l(e_{i,t}) = l_{i,t}$ نشان داده می‌شود. علاوه‌برآن، اگر تفاضل سری‌های زیان را به‌صورت $\{k_t\}_{t=1}^{T} = \{l_{i,t} - l_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ نشان دهیم، فرضیه صفر که مساوی‌بودن دقت دو آماره پیش‌بینی‌کننده است به‌صورت رابطه ۲۰ درنظرگرفته می‌شود.

$$H_0 : E[k_t] = 0 \quad (20)$$

دیبولد و مارینو (۱۹۹۵) روش‌های متفاوتی را برای آزمون‌کردن این فرضیه پیش‌نهاد کرده‌اند. وایت (۲۰۰۰) نیز چهارچوبی را برای مقایسه $n$ با عنوان بازبینی واقعیت (RC)[4] پیشنهاد داده است. در این مورد یک روش مبنا برای انتخاب یک برداری از تفاضل

[1] complementary predictive ability test
[2] Diebold & Marino
[3] White
[4] reality check

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

سری‌های زیان متناظر با هر روش پیش‌بینی درنظر گرفته می‌شود. فرض شود که سری زمانی تفاضلی زیان به‌صورت $\{k_{j,t}\}_{t=1}^{T} = \{l_{1,t} - l_{j,t}\}_{t=1}^{T}$ تعریف شده باشد، به‌گونه‌ای که $l_{1,t}$ متناظر با تابع زیان مرتبط با خطای پیش‌بینی روش مبنا باشد. برای بردار تولید شده $k_t^* = (k_{2,t}, \ldots, k_{n,t})$ فرضیه صفر به‌شکل رابطه ۲۱ خواهد بود.

$$H_0 : E[k_t^*] \leq 0 \qquad (۲۱)$$

نکته قابل‌توجه این است که کدامیک از روش‌های پیش‌بینی استفاده‌شده عملکرد بهتری نسبت به روش مبنا دارند. این روش به بررسی و مقایسه دو روش پیش‌بینی در بازه زمانی مشخصی در مقابل سایر روش‌ها به‌صورت هم‌زمان می‌پردازد. بنابراین، سری زیان تفاضلی فقط تابعی از دو روش است؛ یعنی $k_{j,t} = y(l_{1,t}, l_{j,t})$.

در چهارچوب روش استفاده‌شده در این پژوهش فرضیه صفر آماره آزمون مکمل به‌صورت مشابه طراحی می‌شود. سری‌های زیانی که به‌وسیله هر روش انتخابی به‌دست می‌آیند نتایج بدتری نسبت به سایر سری‌های زیان ندارند. برای درنظرگرفتن مقایسه تمام روش‌ها با همدیگر به‌جای تفاضل سری‌های زیان می‌توان از تفاضل سری‌ها که به شکل رابطه ۲۲ تعریف می‌شود، استفاده کنیم.

$$\{k_{j,t}\}_{t=1}^{T} = \{\frac{l_{j,t}}{\sum_{i=1}^{n} l_{i,t}}\}_{t=1}^{T} \qquad (۲۲)$$

تمام $n$ روش موجود مدنظر قرار گرفته و در صورتی که تمام روش‌ها دارای دقت برابر باشند، مقدار این نسبت $1/n$ می‌شود. بنابراین فرض صفر در این روش به‌صورت معادله رابطه ۲۳ آمده است.

$$H_0 : \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} k_{j,t} \leq \frac{1}{n} \qquad (۲۳)$$

همچنین، یک آماره آزمون دوجمله‌ای بر پایه روش دیبولد و مارینو (۱۹۹۵) به‌صورت معادله رابطه ۲۴ نیز می‌تواند تعریف شود.

$$W_j = \sum_{t=1}^{T} 1(k_{j,t} > \frac{1}{n}) \qquad (۲۴)$$

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

علاوه بر آن فرض می‌شود که نسبت‌های $k_{j,t}$ زیان دارای توزیع مستقل و یکسان (iid) باشند. آماره آزمون دارای توزیع نرمال باشد. اگر $p$ نشان‌دهنده احتمال $k_{j,t} > ۱/n$ باشد رابطه ۲۵ به‌دست می‌آید که این آماره داری توزیع نرمال استاندارد است.

$$\hat{W_j} = \frac{W_j - pT}{\sqrt{p(۱-p)T}} \quad (۲۵)$$

مزیت این روش این است که روش‌های متفاوت می‌توانند به‌صورت هم‌زمان به‌کارگرفته شوند. برای هرکدام از روش‌های روابط ۲۴ و ۲۵ باید $n(n-۱)/۲$ سری زیان تفاضلی تولید شده که با آن بتوان آزمون را پیاده‌سازی کرد. از طرف دیگر، برای آزمون به روش نسبت زیان‌ها به تعداد $n$ سری زمانی نیاز است. از آنجا که ممکن است روش‌های استفاده شد دارای عملکرد ضعیفی باشند، بنابراین بهتر است در این آزمون این روش‌های ضعیف کنارگذاشته شوند زیرا باعث کاهش توان آماره می‌شوند.

## ۵ معرفی داده‌ها

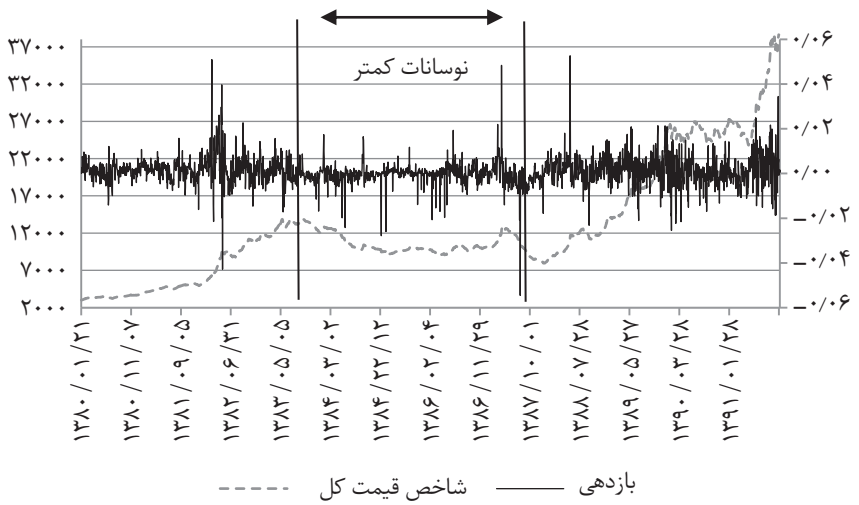
هدف این پژوهش ارائه روشی مناسب برای رتبه‌بندی مدل‌های ارزش درمعرض ریسک و یافتن مدل بهینه ارزش درمعرض ریسک برای کاهش هزینه فرصت الزامات سرمایه‌ای ریسک بازار در بانک‌ها یا شرکت‌های سرمایه‌گذاری است. برای این هدف از داده‌های سری زمانی روزانه شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران در دوره ۱۳۸۰ تا اسفند ۱۳۹۱ استفاده شده است. بازدهی این سری‌های زمانی با استفاده از رابطه $y_t = ln(p_t/p_{t-۱})$ به‌دست آمده که در آن $p_t$ مقدار شاخص کل قیمت در زمان $t$ است.

روند حرکتی بازدهی بازار سهام و روند حرکتی شاخص کل قیمتی در دوره زمانی موردنظر در شکل ۱ آورده شده است. همان‌طور که این نمودار نشان می‌دهد، در بازه‌های زمانی که شاخص کل دارای روند ثابت یا نزولی بوده است، تلاطم‌های بازدهی در دامنه کوچک‌تری نیز محدود می‌شوند.

در جدول ۱ به برخی خصوصیات آماری داده‌های بازدهی بازار سهام تهران در این دوره اشاره شده است. مقدار آماره جارک-برا[1] در این جدول تأیید می‌کند که این داده‌ها دارای توزیع نرمال نیستند.

[1] Jarque-Bera

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]




*شکل ۱.* بازدهی بازار بورس تهران (محور راست) و روند قیمت شاخص کل در دوره موردبررسی. داده‌ها از سایت سازمان بورس اوراق بهادار تهران به آدرس www.irbourse.com تهیه شده است.

جدول ۱

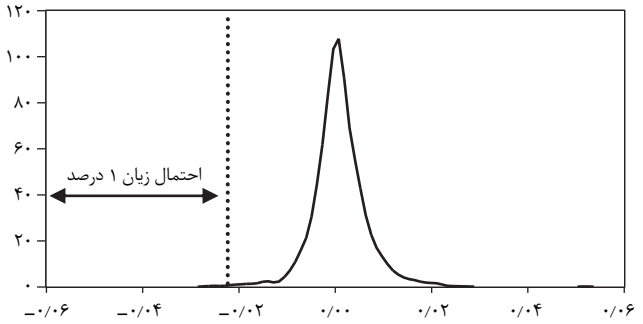
*ویژگی‌های آماری بازده شاخص سهام تهران*

| | |
|---|---|
| میانگین | ۰/۰۰۰۹۱۱ |
| میانه | ۰/۰۰۰۵۸۵ |
| انحراف معیار | ۰/۰۰۶۰ |
| چولگی | ۰/۳۸۸ |
| کشیدگی | ۱۴/۱ |
| مقدار آماره جارک-برا | ۱۴۴۷۲ |

*یادداشت.* منبع اطلاعات محاسبات نویسنده است.

تابع توزیع کرنل این سری زمانی نیز در شکل ۲ رسم شده است. در این نمودار میزان ارزش درمعرض ریسک در سطح معناداری یک درصد برای دوره موردنظر با استفاده از داده‌های تاریخی نشان داده شده است.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]




*شکل ۲*. نمودار تابع توزیع کرنل بازدهی

## ۶ تخمین مدل‌های پارامتریک

در این بخش با استفاده از مدل‌های عمومی $GARCH$ که شامل ($GARCH$، $EGARCH$ و $FIEGARCH$) است و مدل تغییر رژیم مارکوف به تخمین مقدار ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها و مقدار ارزش درمعرض‌پاداش آنها برای بازار سهام تهران می‌پردازد. مقدار آماره آزمون دیکی-فولر تعمیم‌یافته[1] برای داده‌ها ۱۰/۳۸- است، بنابراین در سطح معناداری یک درصد فرض نامانابودن داده‌ها رد می‌شود.

### ۱.۶ تخمین مدل‌های عمومی GARCH

با توجه به آزمون‌های تشخیصی[2] مدل مناسب تخمین‌زده شده برای میانگین و واریانس شرطی به‌صورت $GARCH(1,1) - ARMA(1,3)$ است.[3] در شکل ۳ نتایج حاصل از مدل ارزش درمعرض ریسک ارزیابی‌شده در سطح اطمینان ۹۵ درصد با استفاده از مدل یادشده برای حالتی که تابع توزیع جملات خطا نرمال باشد آورده شده است. برای نشان‌دادن تأثیر نامتقارن اخبار خوب و بد در بازار سهام تهران از مدل $EGARCH(1,1) - ARMA(1,4)$ استفاده شده است.[4] در شکل ۴ نتایج حاصل از مدل ارزش درمعرض ریسک ارزیابی شده در

---

[1] augmented Dicky-Fuller

[2] مقدار آماره Q-stat نشان می‌دهد که اجزای اخلال دارای همبستگی نیستند و آزمون ARCH-LM در سطح احتمال ۱۰ درصد فرض همسانی واریانس پذیرفته می‌شود.

[3] نتایج تخمین‌ها نزد نویسنده محفوظ است.

[4] نتایج نزد نویسنده محفوظ است.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

سطح اطمینان ۹۵ درصد با استفاده از این مدل برای حالتی که تابع توزیع جملات خطا نرمال باشد آورده شده است.

وجود همبستگی بالا در قدرمطلق بازدهی‌ها تأیید می‌کند که این سری زمانی می‌تواند دارای حافظه بلندمدت در واریانس شرطی داده‌ها باشد. نمودار همبستگی با ۲۰۰ وقفه تأییدکننده این موضوع است.[۱] بدین منظور و برای لحاظ‌کردن حافظه بلندمدت با استفاده از یک مدل $FIEGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ مقادیر موردنظر برای میانگین و واریانس شرطی که برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها و ارزش درمعرض پاداش دارایی‌ها مدنظر است مورد استفاده قرار می‌گیرد.[۲] در شکل ۵ نتایج حاصل از مدل ارزش درمعرض ریسک و ارزش درمعرض‌پاداش ارزیابی‌شده در سطح اطمینان ۹۵ درصد با استفاده از مدل $FIEGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ برای حالتی که تابع توزیع جملات خطا نرمال باشد آورده شده است.

## ۲.۶ تخمین مدل جابه‌جایی مارکوف

این بخش با استفاده از مدل‌های جابه‌جایی مارکوف به تخمین ارزش درمعرض ریسک برای داده‌های سری زمانی بازدهی بازار سهام تهران می‌پردازد. در مدل‌های سری زمانی غیرخطی با توجه به تابع همبستگی و تابع همبستگی جزیی، تقریبی کلی از تعداد رژیم‌های ممکن به‌دست می‌آید. این روش مطابق با روش آزمون تسای[۳] (۱۹۸۹) است. نتایج حاصل از استفاده از این روش در شکل ۸ در پیوست آمده است، که وجود یک آستانه و دو رژیم را نشان می‌دهد.[۴] مقدار آماره آزمون هانسن[۵] با مقدار ۳۷/۷ فرض صفر (نبود آستانه) را رد می‌کند که مؤید این موضوع است. در جدول‌های ۵ و ۶ به‌ترتیب نتایج حاصل از تخمین مدل جابه‌جایی مارکوف و احتمال گذار آورده شده است.

---

[۱] نتایج در شکل ۷ در پیوست گزارش شده است.

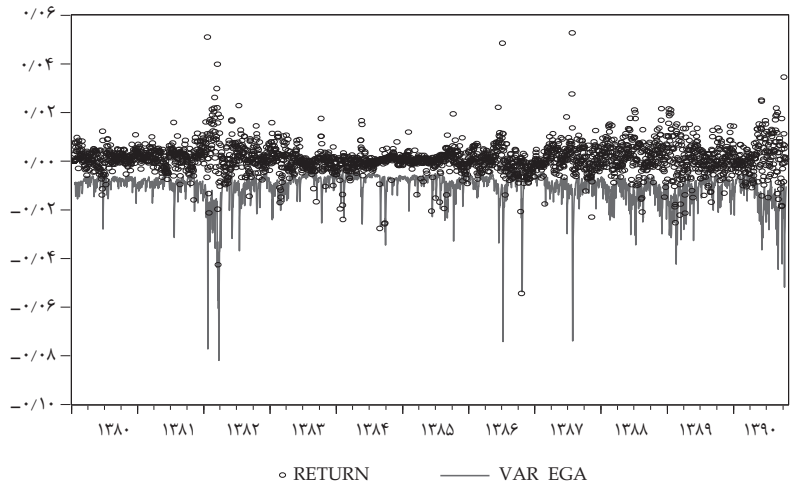
[۲] نتایج تخمین‌ها نزد نویسنده محفوظ است. آماره‌های یانگ-باکس برای باقیمانده‌ها و مربعات باقیمانده‌ها در مدل تخمین‌زده‌شده دارای ارزش‌احتمال ۰/۳۷ و ۰/۵۴ هستند که نشان‌دهنده نبود همبستگی در سطح اطمینان ۱ درصد بین این مقادیر است.

[3] Tsay

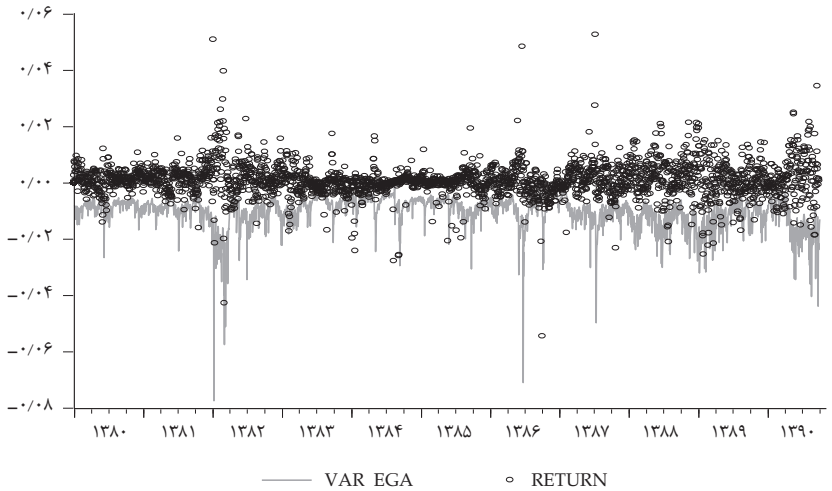
[۴] نتایج تفصیلی نزد نویسنده محفوظ است.

[5] Hansen

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

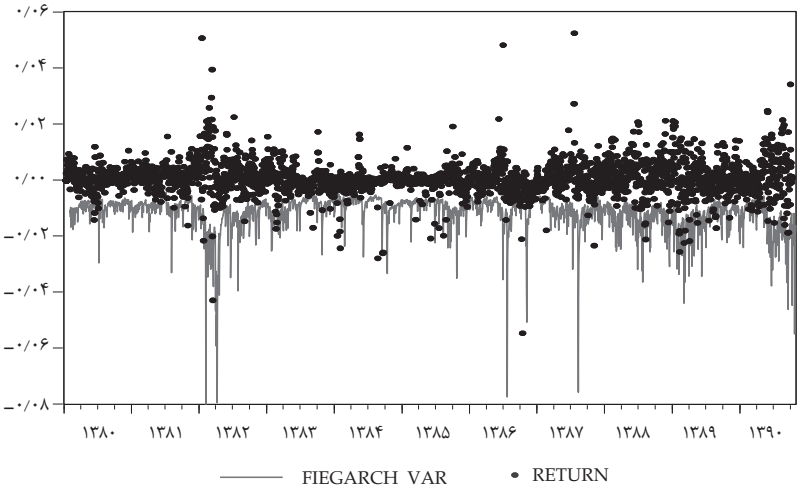



شکل ۳. مقایسه ارزش درمعرض ریسک ارزیابی‌شده مدل پارامتریک $GARCH(1,1) - ARMA(1,3)$ و مقدار واقعی. محور عمودی بازدهی و محور افقی دوره زمانی را نشان می‌دهد. مقادیر محقق‌شده بازدهی به‌صورت نقطه و مقادیر ارزش درمعرض ریسک به روش پارامتریک یادشده به‌صورت خط پیوسته است.




شکل ۴. مقایسه ارزش درمعرض ریسک ارزیابی‌شده مدل پارامتریک $EGARCH(1,1) - ARMA(1,4)$ و مقدار واقعی. زیرنویس شکل ۳ را نگاه کنید.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]




*شکل ۵.* مقایسه ارزش درمعرض ریسک ارزیابی شده مدل پارامتریک $FIEGARCH(1,1) - ARMA(1,3)$ و مقدار واقعی. زیرنویس شکل ۳ را نگاه کنید.

برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها با استفاده از مدل سه رژیم مارکوف بر پایه تابع توزیع احتمال مختلط سه رژیم استفاده شده است. یادآور می‌شود در این مسئله فرض شده است که هر سه رژیم دارای توزیع نرمال باشد برای محاسبه حالت‌های پیچیده‌تر می‌توان از توابع توزیع متفاوت استفاده نمود. نتایج حاصل از تخمین مدل جابه‌جایی مارکوف و مقادیر محقق‌شده برای محاسبه ارزش درمعرض ریسک در شکل ۶ آمده است.

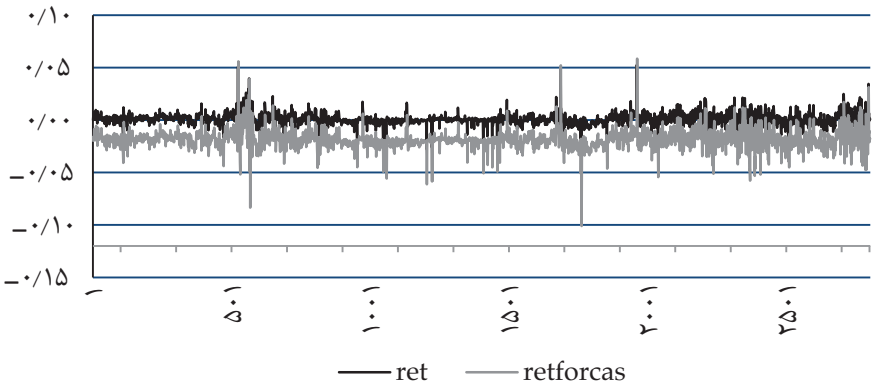
## ۷ رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریک

در این بخش با استفاده از معیارهای معرفی‌شده در بخش ۴ و روابط ۱۸ و ۱۹ مقادیر اندازه تنبیهی را برای مدل‌های پارامتریک استفاده‌شده عمومی $GARCH$ و جابه‌جایی مارکوف به‌دست می‌آوریم. نتایج به‌دست‌آمده در جدول ۲ خلاصه شده است.

جدول ۳ نشان می‌دهد که مدل‌های $EGARCH$ و $FIEGARCH$ دارای مقادیر سنجه تنبیهی و نسبت تخطّی پایین‌تر و درنتیجه عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها هستند. مدل جابه‌جایی رژیم مارکوف نیز دارای عملکرد بهتری برای ارزیابی ارزش درمعرض ریسک نسبت به مدل $GARCH$ است. با توجه به اینکه مدل جابه‌جایی مارکوف یادشده دارای سه رژیم است، بنابراین برای به‌دست‌آوردن مقادیر میانگین و واریانس توزیع بازدهی‌ها با فرض

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

نرمال‌بودن از ماتریس احتمال گذار به‌صورتی که در پیوست آمده استفاده شده است. برای مطالعه بیشتر این موضوع می‌توان به کارول[1] (۲۰۰۸) مراجعه کرد.




*شکل ۶.* مقایسه ارزش درمعرض ریسک مدل مارکوف سه‌حالته با مقادیر تحقق‌یافته. محور عمودی بازدهی و محور افقی دوره زمانی را نشان می‌دهد.

جدول ۲

*اندازه تنبیهی و نسبت تخطّی مدل‌های پارامتریک*

| مدل | نسبت تخطّی | اندازه تنبیهی |
|---|---|---|
| $GARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ | ۰/۰۴۸ | ۰/۱۸۹۷ |
| $EGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۴)$ | ۰/۰۲۳ | ۰/۰۰۲۲۴۷ |
| $FIEGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ | ۰/۰۲۵ | ۰/۰۰۲۲۵۷ |
| جابه‌جایی مارکوف سه رژیم - $AR(۱)$ | ۰/۰۳۱ | ۰/۰۰۳۳۶۳ |

یادداشت. منبع اعداد محاسبات نویسنده است.

همان‌طور که توضیح داده شده است، با استفاده از آزمون پیش‌بینی مکمل می‌توان رتبه‌بندی مدل‌های پارامتریک موجود را کامل‌تر کرد. در این رویکرد با توجه به جدول ۳ و با

[1] Carol

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

تعیین مدل مبنا[1] که در اینجا مدل $FIEGARCH$ است به آزمون تفاوت معنادار میانگین تفاضل جملات خطا با استفاده از آماره $t$ در مدل‌های استفاده‌شده پرداخته می‌شود.

جدول ۳

*آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل*

| مدل | مقدار آماره آزمون |
|---|---|
| $GARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ | ۱۴/۶* |
| $EGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۴)$ | ۱۳/۷* |
| جابه‌جایی مارکوف سه رژیم - AR(1) | ۸۰/۷* |

*یادداشت.* اعداد ستاره‌دار معناداری در سطح ۱ درصد را نشان می‌دهند.

جدول ۳ نشان می‌دهد که تفاضل جملات خطا ناشی از مدل $FIEGARCH$ با سایر مدل‌ها مانند $GARCH$، $EGARCH$ و جابه‌جایی مارکوف دارای تفاوت معناداری از صفر است، بدین معنا که سایر مدل‌ها اگرچه دارای نتایج نزدیک به مدل $FIEGARCH$ هستند اما نمی‌توان آنها را به‌جای مدل مبنا استفاده کرد.

## ۸ نتیجه‌گیری

ناظران مالی و مدیران ریسک برای انتخاب یک مدل مناسب علاوه بر مقدار ارزش درمعرض ریسک دارایی‌ها به عملکرد این مدل‌ها در کاهش هزینه فرصت سرمایه اقتصادی نیز توجه می‌کنند. این مقاله به مقایسه عملکرد مدل‌های پارامتریک شامل مدل‌های عمومی $GARCH$ ($GARCH$، $EGARCH$ و $FIEGARCH$) و مدل جابه‌جایی مارکوف مرتبه اول ($AR(۱)$) با دو آستانه و سه رژیم پرداخت. نتایج به‌دست‌آمده تأیید می‌کند که مدل‌های $FIEGARCH$ و $EGARCH$ دارای نتایج بهتری نسبت به دو مدل دیگر هستند. از آنجا که داده‌های استفاده‌شده وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی بازدهی موردنظر را تأیید می‌کنند، بنابراین مدل $FIEGARCH$ به‌عنوان مدل مبنا درنظر گرفته شد. علاوه بر آن، برای مقایسه جملات خطای حاصل از مدل‌های معرفی‌شده با مدل مبنا از آزمون توانایی پیش‌بینی مکمل استفاده گردید. نتایج نشان می‌دهند که تفاضل جملات خطای ناشی از مدل $FIEGARCH$ با جملات خطای سایر مدل‌های مورداستفاده دارای تفاوت معناداری از

[1] benchmark

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

صفر هستند. یعنی، اگرچه مدل $EGARCH$ دارای نتایج نزدیکی به مدل $FIEGARCH$ است اما نمی‌توان آن را در ارزیابی ریسک به‌جای مدل $FIEGARCH$ جایگزین کرد.

علاوه بر آن، مقدار الزامات سرمایه‌ای برای بانک در مدل‌های استفاده‌شده به‌دست آمده است. نتایج این محاسبه در جدول ۴ خلاصه شده است. بنا به مقررات بال، الزامات سرمایه‌ای بر پایه میزان تخطّی‌های مدل در سطح اطمینان ۹۹ درصد تعیین می‌شود و این الزامات توجهی به تخمین بیش‌ازحد مدل‌ها ندارد. با استفاده از مقادیر تنبیهی درنظر گرفته‌شده علاوه بر بهینه‌کردن مدل‌های پیش‌بینی‌شده، الزامات سرمایه‌ای مقرارت بال نیز بهبود یافته است. بنابراین، مدل‌های $FIEGARCH$ و $EGARCH$ با توجه به تخطّی کمتر، مقدار سرمایه موردنیاز برای پوشش ریسک بازار کمتری را نیز به‌دست می‌دهند.

جدول ۴

*مقایسه مقدار الزامات سرمایه‌ایی با توجه به قوانین بال*

| مدل | MCR |
|---|---|
| $GARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ | ۰/۰۹ |
| $EGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۴)$ | ۰/۰۴۸ |
| $FIEGARCH(۱,۱) - ARMA(۱,۳)$ | ۰/۰۴۳ |
| جابه‌جایی مارکوف سه رژیم - $AR(۱)$ | ۰/۰۸۲ |

یادداشت. MCR به‌معنی حداقل الزامات سرمایه‌ای است.

## فهرست منابع


Awartani, B. M. A., & Corradi, V. (2005). Predicting the volatility of the S&P-500 stock index via GARCH models: the role of asymmetries. *International Journal of Forecasting*, 21, 167-183.

Berkowitz, J., & O'Brien, J. (2002). How accurate are the value-at-risk models at commercial banks?. *Journal of Finance*, 57, 1093–1111.

Bollerslev, T. (1990) Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. *Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498-505.

Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. (1996). Modeling and pricing long-memory in stock market volatility. *Journal of Econometrics*, 73, 151-84.

Calvet, L., & Fisher, A. (2004). Regime-switching and the estimation of multifractal processes. *Journal of Financial Econometrics*, 2, 44-83.


[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

Carol, A. (2008). *Value at risk models*. New York: John Wily.

Diebold, F. X., & Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 253-265.

Fuertes, A. M., Izzeldin, M., & Kalotychou, E. (2009). On forecasting daily stock volatility: The role of intraday information and market conditions. *International Journal of Forecasting*, 25, 259-281.

Giacomini, R., & White, H. (2006). Tests of conditional predictive ability. *Econometrica*, 74, 1545-1578.

Giot, P., & Laurent, S. (2004). Modelling daily value-at-risk using realized volatility and ARCH type models. *Journal of Empirical Finance,* 11, 379-398.

Hansen, P. R. (2005). A test for superior predictive ability. *Journal of Business and Economic Statistics*, 23, 365-380.

Hung, J. C., Lee, M. C., & Liu, H. C. (2008). Estimation of value-at-risk for energy commodities via fat-tailed GARCH models. *Journal of Energy Economics*, 30(3), 1173-1191.

Jondeau, E., & Rockinger, M. (2006). The Copula-GARCH model of conditional dependencies: An international stock-market application. *Journal of International Money and Finance*, 25(5), 827–853.

Jorion, P. (2001). *Value at risk: The new benchmark for managing financial risk*. New York: McGraw-Hill.

Kuester, K., Mittnik, S., & Paolella, M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics,* 27, 325-350.

Lopez, J. (1998). *Methods for evaluating value-at-risk estimates* (Research Paper No. 9802). Federal Reserve Bank of New York.

Lopez, J., & Diebold, F. X. (1995). *Forecast evaluation and combination* (Research paper no. 9525). Federal Reserve Bank of New York.

Lux, L., & Morales-Arias, L. (2010). Forecasting volatility under fractality, regime-switching, long memory and student-t innovations. *Computational Statistics and Data Analysis,* 54, 2676-2699.

Mittnik, S., & Paolella, M. S. (2003). Prediction of financial downside-risk with heavy-tailed conditional distributions. In S. T., Rachev, (Ed.),

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]

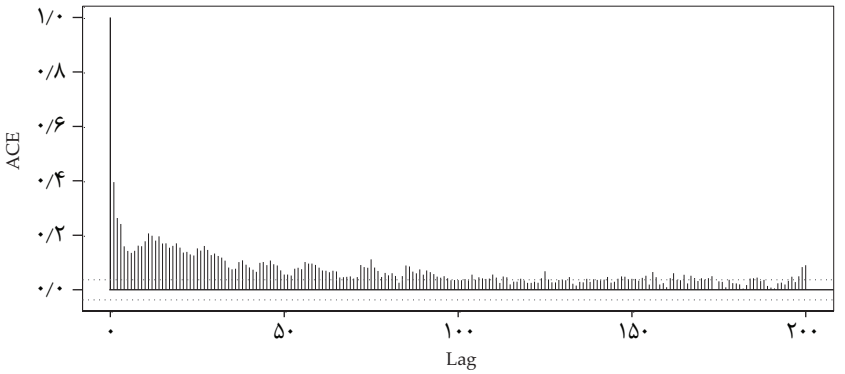
*Handbook of heavy tailed distributions in finance* (pp. 497-518). Amsterdam: North-Holland.

Şener, E., Baronyana, S., & Mengütürk, L. A. (2012). Ranking the predictive performances of value-at-risk estimation methods. *International Journal of Forecasting*, 28(4), 849-873.

Tsay, R. S. (1989). Testing and modeling multivariate threshold models. *Journal of the American Statistical Association*, 93(443), 1188-202.

White, H. (2000). A reality check for data snooping. *Econometrica*, 68, 1097-1126.

## پیوست




*شکل ۷.* تابع همبستگی قدرمطلق بازدهی‌ها به‌دلیل وجود حافظه بلندمدت در واریانس شرطی داده‌ها

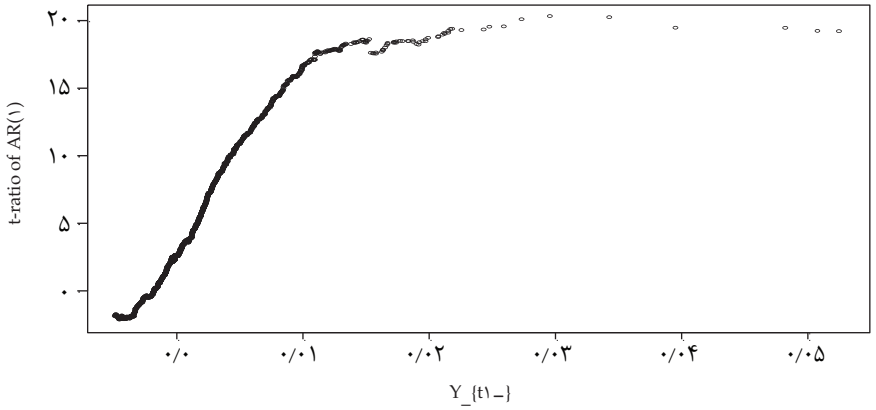
جدول ۵

*نتایج حاصل از تخمین مدل جابه‌جایی مارکوف سه رژیم با $AR(1)$*

| | رژیم ۱ | رژیم ۲ | رژیم ۳ |
|---|---|---|---|
| عرض از مبداء | ۰/۰۰۱۵** | ۰/۰۰۰۳** | ۰/۰۰۰۰۱۷۴** |
| وقفه اول | ۰/۳۱۰۹** | ۰/۵۳۱۹** | ۰/۶۳۹۵** |

*یادداشت.* اعداد ستاره‌دار معناداری در سطح ۵ درصد را نشان می‌دهند.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]




*شکل ۸.* تعیین تعداد آستانه و رژیم با استفاده از آزمون تسای

جدول ۶

*نتایج تخمین احتمال گذار مدل جابه‌جایی مارکوف سه رژیم با* $AR(1)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| رژیم ۱ | ۰/۸۸ | ۰/۰۹۴* | ۰/۰۲۶* |
| | | -۰/۰۲۴۹ | -۰/۰۱۳۹ |
| رژیم ۲ | ۰/۰۲۶* | ۰/۹۰۸ | ۰/۰۶۶* |
| | -۰/۰۰۷۲ | | -۰/۰۱۵۲ |
| رژیم ۳ | ۰/۰۳۱* | ۰/۱۴۷* | ۰/۸۲۲* |
| | -۰/۰۱۱ | -۰/۰۲۸۷ | |

*یادداشت.* اعداد ستاره‌دار معناداری در سطح ۵ درصد را نشان می‌دهند.

[ Downloaded from jmbr.mbri.ac.ir on 2026-11-06 ]