

فصلنامه پژوهش‌های پولی-بانکی
سال هجدهم، شماره ۶۳، بهار ۱۴۰۴
صفحات ۱۶۶-۱۲۷

مدل‌سازی آستانه‌های اعطای اعتبار در بانک‌ها: رویکردی نوین مبتنی بر الگوریتم هوش مصنوعی BN

سمیه اعظمی[†]

مهرداد جیحونی‌پور*

سهراب دلانگیزان‡

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۰۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۲۵

چکیده

در فضای ناظارتی و رقابتی پیچیده صنعت بانکداری، بهبود مستمر مدل‌های رتبه‌بندی داخلی به ضرورتی راهبردی برای مؤسسه‌سات مالی تبدیل شده است. بدروم پیشرفت‌های قابل توجه در روش‌های آماری و الگوریتم‌های یادگیری ماشین، تخصیص بهینه تسهیلات اعتباری و تعیین سقف اعتباری متغیریان همچنان از چالش‌های اساسی مدیران ریسک و اعتباری محسوب می‌شود. این مقاله یک رویکرد آماری نوین مبتنی بر هوش مصنوعی ارائه می‌دهد که امکان تخمین حداکثر اعتبار مجاز و شناسایی عوامل مؤثر بر آن را فراهم می‌کند. هدف پژوهش مشخص کردن حدود آستانه‌ای برای اعطای اعتبار، براساس سیاست‌های اعتباری بانک از طریق تعیین دامنه قابل قبول احتمال نکول و میزان ریسکی است که در اعطای تسهیلات می‌پذیرد. در این مطالعه، دو سناریو با روابط علی متفاوت بین متغیرهای تأثیرگذار بر نکول بررسی شده است که به مدیران بانک در تصمیم‌گیری آگاهانه کمک می‌کند. مدل ارائه شده ابزاری برای محاسبه احتمال نکول و تعیین اعتبار قابل تخصیص است. خروجی این مدل به‌گونه‌ای طراحی شده است که به راحتی در شب بانک پیاده‌سازی شود و به مدیران در بهینه‌سازی تصمیمات اعتباری کمک کند.

* دکتری اقتصاد دانشگاه رازی (نویسنده مسئول); mehdad.j6742@yahoo.com

+ دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه رازی; s.azami@razi.ac.ir

‡ استاد گروه اقتصاد دانشگاه رازی; sohrabdelangizan@gmail.com

این مقاله برگرفته از رساله دکتری آقای مهرداد جیحونی‌پور در رشته اقتصاد به راهنمایی دکتر سمیه اعظمی در دانشگاه رازی است.

سال هجدهم / شماره ۶۳ / بهار ۱۴۰۴

پژوهش‌های پولی-بانکی

واژه‌های کلیدی: نکول پرداخت، رتبه‌بندی اعتباری، هوش مصنوعی، حد آستانه‌ای.
طبقه‌بندی JEL: C33, E44, G21, R10, R11

۱ مقدمه

مدل رتبه‌بندی به عنوان تخصیص یک معیار کمی به یک تسهیلات‌گیرنده بالقوه تعریف می‌شود که تخمینی از توانایی او برای بازپرداخت تسهیلات ارائه می‌دهد. از آنجاکه بانک‌ها و مؤسسات اعتباری تجاری بخش قابل توجهی از سود خود را از طریق وامدهی به دست می‌آورند، علاقه زیادی به مدل‌های رتبه‌بندی آماری دارند. کار آلتمن (۱۹۶۸)^۱ نشان داد که توسعه یک مدل رتبه‌بندی داخلی با قدرت تمایز بالا امکان‌پذیر است. مدل آلتمن براساس تعداد محدودی از نسبت‌های مالی بود و پاسخی سریع برای تصمیم‌گیری درباره اعتبار ارائه می‌کرد و از این نظر کارآمد بود. از آن زمان به بعد، بانک‌ها توسعه مدل‌های رتبه‌بندی خود را شروع کرده‌اند. با این حال، دقت مدل برای بانک‌هایی که از مدل‌های رتبه‌بندی استفاده می‌کنند، بسیار مهم است.

مدل رتبه‌بندی اعتباری^۲ ابزاری حیاتی برای مدیران اعتباری و ریسک در تصمیم‌گیری‌های مربوط به اعطای تسهیلات است. این مدل با ارزیابی دقیق ریسک تسهیلات‌گیرنده، به تعیین قیمت‌گذاری مناسب تسهیلات کمک می‌کند. در نتیجه، دقت این مدل بر کاهش احتمال نکول^۳ در بانک تأثیر مستقیم دارد. همچنین، یک مدل رتبه‌بندی اعتباری کارآمد، بهینه‌سازی سرمایه نظارتی را تسهیل می‌کند و امکان تخصیص سرمایه بانک به پروژه‌های سودآورتر را، با رعایت محدودیت‌های نظارتی رویکرد پیشرفته اندازه‌گیری ریسک^۴ قوانین بال، فراهم می‌سازد (هامرل و همکاران، ۲۰۰۳). در نهایت، اندازه‌گیری دقیق‌تر ریسک مدیران بانک را قادر می‌سازد تصمیمات آگاهانه‌تری درباره تمدید تسهیلات و استفاده از ابزارهای مشتقه برای پوشش ریسک اتخاذ کنند.

در سال‌های اخیر با توسعه مستمر اینترنت، ادغام فناوری و امور مالی عمیق‌تر به تحولات شگرفی در صنعت مالی منجر شده است. با تحریک تأمین مالی مصرف‌کننده، تقاضا برای کسب‌وکارهای اعتباری مختلف در حال رشد است و باید یک مدل ارزیابی ریسک

¹ Altman

² credit rating

³ Probability of Default (PD)

⁴ Advanced internal ratings-based approach (IRBA)

⁵ Hamerle et al.

معقول و قابل اعتماد ایجاد شود (وانگ و همکاران^۱، ۲۰۲۰). یکی از مهم‌ترین کاربردهای مدل‌های رتبه‌بندی اعتباری، تعیین سقف اعتبار است که تمرکز اصلی این مقاله را شامل می‌شود. سقف اعتبار حداکثر مبلغی است که یک مدیر اعتباری به تسهیلات‌گیرنده اجازه می‌دهد تا در یک بازه زمانی مشخص، بدون نیاز به بررسی مجدد پرونده اعتباری، بدهکار شود. در این مقاله، این مبلغ براساس درخواست تسهیلات‌گیرنده و بررسی شاخص‌های گوناگون و با استفاده از رویکرد مدل‌سازی شبکه‌های بیزی^۲ به عنوان یکی از روش‌های هوش مصنوعی تعیین می‌شود. در واقع، نوآوری پژوهش ارائه روشی خلاقانه با استفاده از هوش مصنوعی است و مستقیماً به این پرسش کلیدی پاسخ می‌دهد به چه افرادی و با سقف چه مبلغی می‌توان تسهیلات اعطا کرد.

به طور کلی در این پژوهش، سعی می‌شود خلاهای پژوهشی در حوزهٔ موردنظر با به کارگیری یک مدل دارای دقت و استحکام جهت تصمیم‌گیری، براساس مبانی نظری موجود، نظر خبرگان مسلط به موضوع، استادان دانشگاه مرتبط با این حوزه، همچنین، مدیران اجرایی مرتبط به درستی بررسی شود. همچنین، به نظر می‌رسد پیش‌بینی احتمال نکول پرداخت و ارزیابی ریسک‌های اعتباری مشتریان با استفاده از یک تکنیک یادگیری جدید، به بررسی جامع و تحلیل نتایج نیاز داشته باشد.

در بخش ۲ این مقاله، مبانی نظری دربارهٔ ریسک اعتباری و نیز عوامل مؤثر بر ریسک اعتباری مشتریان جهت تخمین مدل توضیح داده خواهد شد؛ در بخش ۳، پیشینهٔ پژوهش و در بخش ۴، روش‌شناسی پژوهش و برخی از مفاهیم اساسی شبکه‌های بیزی تبیین خواهد شد. برآورد احتمال نکول و نتایج تخمین مدل در بخش ۵ معرفی می‌شوند و در نهایت در بخش ۶، نتایج برگرفته از پژوهش و پیشنهادهای سیاستی ارائه خواهد شد.

۲ مبانی نظری

اعتبار مصرفی ابزاری قدرتمند در دستان خانوارها برای مدیریت مالی و حفظ سطح رفاه است. این ابزار بهویژه در شرایطی که درآمد جاری خانوار با نوسانات مواجه می‌شود، اهمیت خود را نشان می‌دهد. کارکردهای کلیدی اعتبار مصرفی عبارت‌اند از:

¹ Wang et al.

² Bayesian Networks (BNs)

تثبیت مصرف در شرایط کاهش درآمد. هنگامی که درآمد جاری خانوار به طور موقت کاهش می‌یابد و دارایی‌های نقدی کافی برای جبران این کاهش وجود ندارد، اعتبار مصرفی می‌تواند به عنوان یک منبع مالی جایگزین، سطح مصرف خانوار را در راستای درآمد دائمی آن حفظ کند.

تأمین مالی برای افراد با انتظار افزایش درآمد. افرادی که انتظار دارند در آینده درآمدشان افزایش یابد، مانند دانشجویان، می‌توانند با استفاده از اعتبار مصرفی، سطح مصرف خود را در زمان حال، بالاتر از درآمد فعلی خود نگه دارند. دسترسی به منابع مالی در شرایط اضطراری. در شرایطی که خانوارها وجود خود را در صندوق‌های بازنیستگی یا سایر دارایی‌های غیرنقدی نگهداری می‌کنند و در عین حال با کاهش موقت درآمد مواجه می‌شوند، اعتبار مصرفی می‌تواند به عنوان یک راهکار موقت، رفاه آن‌ها را تأمین کند.

از مزایای استفاده از اعتبار مصرفی می‌توان به جلوگیری از کاهش ناگهانی سطح زندگی، ایجاد فرصت برای سرمایه‌گذاری در آینده، و افزایش انعطاف‌پذیری مالی خانوارها اشاره کرد. بنابراین، اعتبار مصرفی می‌تواند نقش بسیار مهمی در برنامه‌ریزی مالی خانوارها ایفا کند. همچنین، اهمیت اعتبار مصرف‌کننده در اقتصاد ایران را می‌توان با حجم قابل توجه تسهیلات خرد اعطایی به خانوارها در سال ۱۴۰۲ نشان داد. طبق آمار، بانک‌ها و مؤسسات اعتباری در این سال، مبلغ ۱۰,۳۳۸,۳۸۶ میلیارد ریال تسهیلات خرد به خانوارها پرداخت کرده‌اند. این رقم معادل ۵ درصد از تولید ناخالص داخلی^۱ کشور و ۱۶ درصد از کل مصرف بخش خصوصی است. از منظر بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، تسهیلات خرد بخش مهمی از فعالیت‌های آن‌ها محسوب می‌شود و بیش از ۲۲ درصد از کل تسهیلات شبکه بانکی را تشکیل می‌دهد. از آنجاکه این تسهیلات بخش قابل توجهی از دارایی‌های بانک‌ها و مؤسسات اعتباری را به خود اختصاص می‌دهد، نکول آن‌ها می‌تواند تأثیرات منفی قابل توجهی بر توانایی تسهیلات‌دهی به سایر بخش‌های اقتصادی داشته باشد. به همین دلیل، کارایی فرایند اعطای اعتبار از سوی بانک‌ها و مؤسسات اعتباری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این کارایی نه تنها بر حجم قراردادهای مالی تأثیر می‌گذارد، بلکه بر رفاه

^۱ Gross Domestic Product (GDP)

خانوارها و ثبات بازارهای مالی نیز اثرگذار است. با توجه به این موارد، بررسی ریسک اعتباری و برآورد احتمال نکول تسهیلات خرد به مرور زمان اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. در نظام گسترده بانکی کنونی، شکاف اطلاعاتی موجود میان اعتباردهنده و اعتبارگیرنده، که از آن با عنوان عدم تقارن اطلاعات یاد می‌شود، اساس علمی شکل‌گیری نظام سنجش اعتبار و صنعت تسهیم اعتبار را تشکیل می‌دهد. عدم تقارن اطلاعات میان اعتباردهنده و اعتبارگیرنده موجب ایجاد انتخاب نامساعد^۱، مخاطرات اخلاقی^۲ در زمینه تسهیلات اعتباری، و در نتیجه کاهش عملکرد اعتباردهنده‌گان و همچنین، افزایش قابل توجه مطالبات غیرجاری خواهد شد. انتخاب نامساعد نوعی رفتار فرستطلبانه است و هنگامی رخ می‌دهد که در آن یک فرد با اطلاعات بیشتر از مبالغه سود می‌برد و مزیت کسب می‌کند یا اساساً در جایی بروز می‌کند که یک فرد مطلع با یک فرد با اطلاعات کمتر درباره یک مشخصهٔ خاص غیرقابل مشاهده^۳ از وی (فرد مطلع) قرارداد می‌بندد. افرادی که با درجهٔ معینی از ریسک از بانک‌ها اعتبار می‌گیرند، دربارهٔ اندازهٔ ریسک و وضعیت خود بیش از بانک‌ها اطلاعات دارند. مخاطرهٔ اخلاقی نوعی اقدام فرستطلبانه است که در آن فرد با اطلاعات بیشتر از طریق یک اقدام غیرقابل مشاهده^۴ از فرد با اطلاعات کمتر مزیت می‌گیرد. می‌توان گفت که تفاوت میان انتخاب نامساعد و مخاطرهٔ اخلاقی به تمایز میان «ویژگی مشاهده‌نشده» و «اقدام مشاهده‌نشده» برمی‌گردد.

ریسک اعتباری^۵ ریسکی است که از نکول/قصور طرف قرارداد یا در حالت کلی‌تر، از اتفاقی اعتباری پدید می‌آید. از نظر تاریخی، این ریسک عموماً دربارهٔ اوراق قرضه درنظر گرفته می‌شد؛ بدین ترتیب که قرض‌دهنده‌گان از بازپرداخت وام اعطایی به قرض‌گیرنده اطمینان نداشتند. از این‌رو، از این ریسک با نام ریسک نکول یاد می‌شود. ریسک اعتباری ناشی از ناتوانی یا عدم‌تمایل دریافت‌کنندهٔ تسهیلات در بازپرداخت آن است. این عدم‌ایمای تعهدات می‌تواند ناشی از رکود شرایط کسب‌وکار یا دیگر عوامل اقتصادی باشد که دریافت‌کنندهٔ تسهیلات با آن مواجه است. بدین ترتیب، ریسک اعتباری عبارت است از احتمال کاهش ارزش یا بی‌ارزش شدن برخی از دارایی‌های بانک؛ یعنی تسهیلات اعطایی آن

¹ adverse selection

² moral hazard

³ unobserved characteristic

⁴ unobserved action

⁵ credit risk

برابر عدم اینفای تعهدات دریافت‌کننده تسهیلات به بازپرداخت اصل و فرع آن. با توجه به اینکه رقم سرمایه بانک‌ها در قیاس با کل ارزش دارایی‌های آن‌ها کم است، حتی اگر درصد کمی از تسهیلات اعطایی قابل‌وصول نباشد، بانک با خطر ورشکستگی مواجه خواهد شد (مهرآرا و همکاران، ۱۳۹۰). ریسک اعتباری در کنار ریسک بازار و ریسک عملیاتی، یکی از سه دسته اصلی ریسکی است که بانک‌ها با آن‌ها مواجه‌اند و بیشترین سهم از دارایی‌های موزون به ریسک^۱ را در اکثر بانک‌ها به خود اختصاص می‌دهند؛ بهویژه، پس از بحران مالی جهانی و از آنجاکه مطالبات غیرجاری به جدی‌ترین مشکل بسیاری از بانک‌ها و نظام بانکی تبدیل شده‌اند، مطالعات متعددی برای درک عوامل تعیین‌کننده و پویایی این پدیده منتشر شد. رویکرد تجربی کلی این است که مطالبات غیرجاری از طریق دو گروه عوامل تعیین‌می‌شوند: مربوط به کشور و مربوط به بانک. به‌طور خاص، شرایط اقتصاد کلان، مانند رشد تولید ناخالص داخلی (همتز و سئورینا، ۲۰۰۶؛ آناستاسیو و همکاران، ۲۰۱۶)، بیکاری (رینالدی و سانچس-آلانو، ۲۰۰۶؛ لوزیس و همکاران، ۲۰۱۲)، نرخ بهره (اسپینوزا و پراساد، ۲۰۱۰؛ لوزیس و همکاران، ۲۰۱۲)، تورم و تقلیل قیمت‌ها (گش، ۲۰۱۵؛ انکوسو، ۲۰۱۱؛ وشنی، ۲۰۱۶)، نرخ ارز (کلاین، ۲۰۱۳؛ بک و همکاران، ۲۰۱۵)، و همچنین، کسری تراز تجاري به نشانه ازدستدادن رقابت‌پذیری (کاوكو، ۲۰۱۲) تعیین‌کننده اصلی مطالبات غیرجاری است. عوامل مرتبط با عملکرد بخش بانکی، مانند میزان رقابت و سطح تمرکز نیز در مطالعات بین‌کشوری برآورد شده است که بر

¹ Risk-Weighted Assets (RWAs)

² Jimenez & Saurina

³ Anastasiou et al.

⁴ Rinaldi & Sanchis-Arellano

⁵ Louzis et al.

⁶ Espinoza & Prasad

⁷ Ghosh

⁸ Nkusu

⁹ Vithessonthi

¹⁰ Klein

¹¹ Beck et al.

¹² Kauko

ریسک‌پذیری و مطالبات غیرجاری تأثیر می‌گذارد (کیک و پریتو^۱، ۲۰۱۵؛ آنجینز و همکاران^۲؛ کارادیما و لوری^۳، ۲۰۲۱). همچنین، مشخص شده است که سایر ویژگی‌های مرتبط با بانک که نشان‌دهنده کیفیت مدیریت است، مانند کارایی هزینه (پودپیيرا و ویل^۴، ۲۰۰۸؛ کوجو و همکاران^۵، ۲۰۱۸)، عملکرد بانک (ماکری و همکاران^۶، ۲۰۱۴؛ لوزیس و همکاران، ۲۰۱۲؛ آناستاسیو و همکاران، ۲۰۱۹) (ب) و تأمین سرمایه بانک (گش، ۱۵؛ کوجو و همکاران، ۲۰۱۸) نیز بر مطالبات غیرجاری تأثیرگذارند.

بنابراین، نظام بانکی به‌طور اساسی تحت تأثیر ریسک اعتباری است که ممکن است به رکود اقتصادی در سراسر جهان منجر شود (مامسومدی و همکاران^۷، ۲۰۱۹). همچنین، مشکلات و مسائل اعتباری از چند زاویه باعث ایجاد اثرات اقتصادی در سطح کلان و خرد می‌شود. از نظر یورتادور و همکاران (۲۰۱۹)^۸، به‌طور کلی، اثرات قصور مشتری در بازپرداخت تسهیلات (و در نتیجه افزایش وام‌های غیر درگردش^۹) عبارت‌اند از: تأثیر بر بخش بانکی^{۱۰}، تأثیر بر کفایت سرمایه^{۱۱}، تأثیر بر بخش حقیقی^{۱۲}، تأثیر بر کیفیت دارایی^{۱۳}، و تأثیر بر سودآوری^{۱۴} (یورتادور و همکاران، ۲۰۱۹).

بنابراین، سنجش صحیح ریسک اعتباری و تعیین دامنه اعطای اعتبار به بانک‌ها این امکان را می‌دهد که وام‌دهی آینده خود را به‌گونه‌ای برنامه‌ریزی کنند که مشخصه‌های

^۱ Kick & Prieto

^۲ Anginer et al.

^۳ Karadima & Louri

^۴ Podpiera & Weill

^۵ Koju et al.

^۶ Makri et al.

^۷ Masmoudi et al.

^۸ Non-Performing Loans

^۹ Yurttadur et al.

^{۱۰} Non-Performing Loans (NPL)

^{۱۱} banking sector

^{۱۲} capital adequacy

^{۱۳} real sector

^{۱۴} asset quality

^{۱۴} profitability

ریسک و بازده هدف‌گذاری شده را تحقق بخشنده؛ همین امر باعث شده است ریسک اعتباری به موضوعی مهم تبدیل شود و به صورت گسترشده از سوی پژوهشگران و مدیران بانک‌ها مورد مطالعه قرار گیرد. در ضوابط، «حداصل الزامات مدیریت ریسک اعتباری در مؤسسات اعتباری»^۱ بانک مرکزی آمده است. « مؤسسه اعتباری موظف است بهمنظور ارزیابی و تصمیم‌گیری نهایی برای اعطای اعتبار، یک سیستم رتبه‌بندی داخلی متناسب با اندازه، ماهیت، و پیچیدگی فعالیت‌های خود ایجاد کند. اخذ وثایق و تضمین بمنحوی که تأمین کافی را برای تسهیلات یا تعهدات ایجاد کند، باید متناسب با نتایج حاصل از سیستم رتبه‌بندی داخلی باشد ». در نتیجه، تهیه یک مدل ریسک اعتباری که تمام جوانب و معیارهای اعتباری متقارضیان اعتبار را با اعمال روابطی علمی، منطقی، و تجربی درنظر بگیرد، ضروری بمنظر می‌رسد.

روش‌های زیادی برای ارزیابی و تجزیه و تحلیل ریسک اعتباری و روش‌های امتیازدهی اعتباری^۲ اتخاذ شده است. توماس و همکاران^۳ (۲۰۰۲) بیان کردند که امتیازدهی اعتباری مجموعه‌ای از مدل‌ها و روش‌های تصمیم‌گیری است که به وامدهنگان این امکان را می‌دهد تا مشتریان خود را به طور مناسب انتخاب کنند. در این زمینه، چند روش به کار رفته است (گارسیا و همکاران^۴، ۲۰۱۵)؛ مانند روش‌های آماری^۵ (هند و هنلی^۶، ۱۹۹۷) و روش‌های هوش مصنوعی^۷ (لسمن و همکاران^۸، ۲۰۱۵؛ لوزادا و همکاران^۹، ۲۰۱۶). روش‌های آماری شامل تجزیه و تحلیل تفکیکی خطی^{۱۰} (آلتمن، ۱۹۶۸) و رگرسیون لجستیک^{۱۱} (ایید و همکاران^{۱۲}، ۲۰۱۶) است که به دلیل دقت و اجرای آسان، از روش‌های

^۱ بخش‌نامه شماره ۱۲۱۹۱۶ / ۰۴ / ۲۶ مورخ ۱۴۰۰ / بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

² credit scoring

³ Thomas et al.

⁴ García et al.

⁵ statistical methods

⁶ Hand & Henley

⁷ artificial intelligence methods

⁸ Lessmann et al.

⁹ Louzada et al.

¹⁰ linear discriminant analysis

¹¹ logistic regression

¹² Lobna ABID et al.

محبوب امتیازدهی اعتباری محسوب می‌شود (لسمان و همکاران، ۲۰۱۵). برای نشان دادن تکنیک‌های هوش مصنوعی، می‌توان به ماشین‌های بردار پشتیبانی^۱ (هریس،^۲ ۲۰۱۵؛ تامزاک و زیبا،^۳ ۲۰۱۵)، شبکه‌های عصبی مصنوعی^۴ (ژائو و همکاران،^۵ ۲۰۱۵)، درخت‌های تصمیم^۶ (بیجک و توماس،^۷ ۲۰۱۲)، و شبکه‌های بیزی استناد کرد (پیرل،^۸ ۱۹۸۸).

در عصر حاضر، هوش مصنوعی با توانمندی‌های قابل توجه خود، در راستای تسهیل و بهبود عملکرد بازارهای مالی به کار گرفته شده است. براساس روند کنونی توسعه این فناوری در سطح جهانی، انتظار می‌رود الگوریتم‌های مبتنی بر هوش مصنوعی به رویکرد غالب در حوزهٔ پیش‌بینی‌های اقتصادی و مالی تبدیل شوند. شبکه‌های بیزی نوعی مدل گرافیکی هستند که به عنوان گراف‌های غیرمدور جهت‌دار شناخته می‌شوند. این شبکه‌ها در زمینه‌های آماری، یادگیری ماشین، و هوش مصنوعی از محبوبیت بالایی برخوردارند. شبکه‌های بیزی نمایش و محاسبات مؤثری از توزیع احتمالاتی مشترک روی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی ارائه می‌دهند. همچنین، شبکه‌های بیزی شدت ارتباط بین متغیرها را به صورت کمی مدل می‌کنند و این امکان را فراهم می‌آورند که با دریافت اطلاعات جدید (شوahد)، اعتقادات شرطی دربارهٔ این متغیرها به طور خودکار و براساس قوانین احتمال به روزرسانی شوند.

۳ پیشینهٔ پژوهش

لئونگ^۹ (۲۰۱۶) با ارزیابی امتیازدهی ریسک اعتباری با استفاده از مدل‌های شبکه بیزی در کشور سنگاپور، دریافت که مدل شبکه بیزی در مقایسه با مدل‌های رگرسیون لجستیک و

¹ Support Vector Machines (SVM)

² Harris

³ Tomczak & Zieba

⁴ Artificial Neural Networks (ANNs)

⁵ Zhao et al.

⁶ decision trees

⁷ Bijak & Thomas

⁸ Pearl

⁹ Leong

شبکه‌های عصبی، از چند بُعد از جمله دقت^۱، حساسیت^۲، درستی^۳، و منحنی مشخصه گیرنده^۴ عملکرد بهتری دارد. همچنین، وی به توانایی شبکه‌های بیزی برای مواجهه با داده‌های سانسور و متوازن^۵ نیز اشاره کرد.

اوزتورک و همکاران^۶ (۲۰۱۶) در پژوهشی، در ۱۰۶ کشور منتخب با استفاده از مدل‌های درختان طبقه‌بندی و رگرسیون، پرسپترون چندلایه^۷، ماشین‌های بردار پشتیبانی، و مدل بیز ساده^۸ پرداخت. نتایج نشان می‌دهد که روش‌های هوش مصنوعی از نظر دقت پیش‌بینی از روش آماری مرسوم بهتر عمل می‌کنند. با توجه به اندازه‌گیری دقت پیش‌بینی یک‌درجه و دو‌درجه، عملکرد پیش‌بینی روش‌های هوش مصنوعی از دقت ۹۰ درصد بیشتر است؛ درحالی‌که عملکرد روش آماری متدالو حدود ۷۰ درصد است.

توانا و همکاران^۹ (۲۰۱۸) در مطالعه‌ای با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و مدل شبکه بیزی، به ارزیابی ریسک نقدینگی در بانکداری کشور امریکا پرداختند. پژوهشگران به منظور ارزیابی مشکلات مالی مربوط به عوامل اصلی ریسک نقدینگی، از میان جدیدترین تکنیک‌های یادگیری ماشین از دو روش ANNs و BNs استفاده کردند و با انکا به آزمایش‌های عددی حقیقی، به این نتیجه رسیدند که این دو تکنیک در آشکارسازی ریسک نقدینگی کاملاً مکمل یکدیگرند.

وانگ و همکاران (۲۰۲۰) در مطالعه‌ای در کشور چین، با مقایسه پنج مدل بیز ساده، تحلیل رگرسیون لجستیک^{۱۰}، جنگل تصادفی^{۱۱}، درخت تصمیم^{۱۲}، و k نزدیک‌ترین همسایه^{۱۳}

¹ accuracy

² sensitivity

³ precision

⁴ receiver characteristic curve

⁵ imbalanced classes and data censoring issues

⁶ Ozturk et al.

⁷ Multilayer perceptron (MLP)

⁸ Naïve Bayesian Model

⁹ Tavana et al.

¹⁰ Logistic Regression Analysis

¹¹ Random Forest

¹² decision tree

¹³ k-nearest neighbor classifier

به این نتیجه رسیدند که هریک از این پنج روش دارای نقاط قوت و ضعف‌هایی هستند که بر مبنای آن می‌توان ادعا کرد کدامیک بهترین‌اند. با این حال، نتایج این پژوهش مشخص کرد که عملکرد درخت تصادفی بر حسب صحت، یادآوری، سطح زیر منحنی^۱، و دقت بهتر از سایر روش‌هاست.

مانسیسیدور و همکاران^۲ (۲۰۲۲)، با استفاده از مدل تمایز دووجهی شرطی^۳ و داده‌های رفتاری ۲۰۰۹۸ مشتری که اقدام به خرید از شرکت بانکو سانتاندر^۴ کرده‌اند (حدود ۱۰/۰۵ درصد از مشتریان) و نیز تعداد ۸۹۹۹۸ درخواست وام تائیدشده از سال ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۳ در باشگاه مشتریان شرکت با دوره بازپرداخت ۳۶ ماهه که تعداد ۱۰/۸۹۶ فقره از آن‌ها به نکول منجر شده است، به این نتیجه دست یافته‌ند که با دسترسی به داده‌های مناسب، CBMD می‌تواند برای طراحی استراتژی‌های فروش متقابل و بازاریابی در زندگی واقعی یا برای تجزیه و تحلیل تفاوت احتمالات نکول با ترکیب داده‌های رفتاری آینده مورد استفاده قرار گیرد.

بیسنس و اسمدنس^۵ (۲۰۲۳) در مقاله خود، با مطالعه ۱۵۸ مقاله در این زمینه، توصیه‌های مختلفی برای افزایش عملکرد مدل‌های ریسک اعتباری ارائه می‌کنند. از نظر آن‌ها، براساس بیش از دو دهه تحقیق و مشاوره درباره این موضوع، ایجاد مدل‌های ریسک اعتباری معمولاً شامل چهار مرحله است: جمع‌آوری و پیش‌پردازش داده‌ها، مدل‌سازی احتمال نکول (PD)، زیان ناشی از نکول (LGD)^۶، ریسک سرمایه در معرض خطر^۷، ارزیابی مدل‌های ریسک اعتباری ساخته‌شده، و سپس مرحله استقرار برای تولید آن‌ها. همچنین، پژوهشگران توصیه‌هایی برای تقویت مدل‌های ریسک اعتباری طی هریک از این مراحل نیز ارائه می‌دهند.

^۱ Area Under Curve (AUC)

^۲ Mancisidor et al.

^۳ Conditional Bi-Modal Discriminative (CBMD)

^۴ banco santander

^۵ Baesens and Smedts

^۶ loss given default

^۷ Exposure At Default (EAD)

کشاورز و آیتی‌گازار (۱۳۸۶) در پژوهشی به مقایسه کارکرد مدل لاجیت^۱ و روش درخت‌های طبقه‌بندی و رگرسیونی^۲ در فرایند اعتبارسنجی^۳ مقاضیان حقیقی برای استفاده از تسهیلات بانکی در ایران پرداختند. نویسنده‌گان با مقایسه کارکرد این مدل‌ها در فرایند اعتبارسنجی مقاضیان حقیقی برای استفاده از تسهیلات، به این نتیجه رسیدند که روش غیرپارامتری درخت‌های طبقه‌بندی و رگرسیونی از دقت بالاتری در پیش‌بینی مشتریان خوب و بد دارد.

مهرآرا و همکاران (۱۳۹۰) در مطالعه‌ای با استفاده از رگرسیون لاجیت و پروبیت^۴ و مدل شبکه‌های عصبی هوشمند، به رتبه‌بندی اعتباری مشتریان حقوقی بانک پارسیان پرداخته‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که در پیش‌بینی عملکرد صحیح، شبکه‌های عصبی به مراتب بهتر از الگوی لاجیت و پروبیت است.

تاری و همکاران (۱۳۹۶) در مطالعه خود در یکی از بانک‌های خصوصی به مقایسه مدل‌های مذکور پرداختند. نتایج ارزیابی روش‌های رتبه‌بندی اعتباری از طریق بررسی سوابق مالی و مشخصات خصیصه‌ای فرد مقاضی، نشان‌دهنده این بود که عملکرد شبکه عصبی نسبت به مدل ژنتیک و لاجیت به مراتب بهتر بوده است، زیرا درجه حساسیت ۸۲/۹۲ درصد و تشخیص ۷۶/۹۲ درصد است و بهطور کلی، این مدل توانسته است ۸۰ درصد نکول یا عدم‌نکول را درست پیش‌بینی کند.

بختیار و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهشی با استفاده از داده‌های پانل سه‌بعدی (استان، گروه‌های بانکی و زمان به عنوان سه بعد مورد استفاده در مدل‌سازی به مثابه متغیرهای توضیحی) به بررسی عوامل تعیین‌کننده ریسک اعتباری در بانک‌های ایران از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۸ پرداخته‌اند. نتایج مطالعه حاکی از آن است که متغیر دسترسی به اعتبار استانی، تأثیری مثبت و متغیر اندازه بخش بانکی استانی، تأثیری منفی بر ریسک اعتباری استانی دارد. همچنین از میان متغیرهای اقتصاد منطقه‌ای، نرخ بیکاری استانی و نرخ رشد اقتصادی واقعی استانی، تأثیری مثبت بر ریسک اعتباری استانی دارند و متغیر ضریب جینی

¹ logit

² Classification And Regression Trees (CART)

³ credit bureau

⁴ probit

استانی، تأثیری منفی بر ریسک اعتباری استانی دارد. شاخص دسترسی جاده‌ای، به عنوان متغیری حساس در این مطالعه، تأثیری منفی بر ریسک اعتباری استانی دارد. در پژوهشی که مهرآرا و همکاران (۱۴۰۳) انجام دادند، مشتریان بانکی براساس ریسک اعتباری شان شناسایی و دسته‌بندی شدند و احتمال نکول آن‌ها با استفاده از مدل‌های یادگیری ماشین پیش‌بینی شد. نتایج حاصل از الگوریتم میانگین کا (k-means) حاکی از تقسیم مشتریان به چهار گروه اصلی بود: خوش‌چهارم- این گروه شامل مشتریان پُرخطر با بدھی‌های عموق بالا و تسهیلات نکول شده است که نیازمند نظارت دقیق هستند؛ خوش‌سوم- مشتریان این دسته با بدھی‌های عموق بالا که در معرض انتقال به گروه پُرخطر قرار دارند و به عنوان مشتریان بحران‌ساز شناخته می‌شوند؛ خوش‌دوم- مشتریان با ریسک متوسط در این گروه قرار دارند. این افراد اگرچه پایدارند، نیازمند نظارت مستمر هستند؛ خوش‌اول- مشتریان کم‌ریسک با بدھی‌های عموق اندک که بهترین گزینه برای اعطای تسهیلات جدید به شمار می‌روند. در این پژوهش، از مدل‌های ایکس‌جی‌بوست و لاجیت برای پیش‌بینی احتمال نکول مشتریان استفاده شده است.

جیحونی‌پور و همکاران (۱۴۰۴) با استفاده از تکنیک تصمیم‌گیری دیمتل به مدل‌سازی و شناسایی روابط علی‌بین عوامل اصلی ریسک اعتباری در نظام بانکی پرداختند. آن‌ها ۲۲ متغیر توصیف‌کننده ریسک اعتباری را شناسایی کردند و به دو دسته‌ علی‌ و معلوم دسته‌بندی کردند. آن‌ها دریافتند که حرفةٔ متقاضی دارای بیشترین تأثیرگذاری در مدل است، مبلغ هر قسط از بیشترین میزان تأثیرپذیری نسبت به سایر متغیرها برخوردار است و نیز متغیرهای درآمد سالیانه و حرفةٔ متقاضی به ترتیب بیشترین تعامل را با سایر متغیرهای مورد مطالعه دارند. از نظر آن‌ها، شاخص‌های جمعیت‌شناختی و اجتماعی-اقتصادی می‌باشد در کنار شاخص‌های مالی و اعتباری در مدل‌های اعتبارسنجی مورد توجه بیشتری قرار گیرند.

۴ روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از حیث هدف پژوهشی بنیادی-کاربردی است و از حیث نحوهٔ جمع‌آوری اطلاعات در دستهٔ پژوهش‌های پیمایشی قرار می‌گیرد؛ به این صورت که ابتدا براساس ادبیات ریسک اعتباری، مطالعات تجربی، مقررات و دستورالعمل‌های بانک مرکزی برای مدیریت ریسک اعتباری و نظر خبرگان، متغیرهای مؤثر بر ریسک اعتباری انتخاب شدند. جامعهٔ آماری پژوهش در مرحلهٔ کیفی شامل مدیران ارشد بانکی (با تخصص در حوزهٔ اعتباری و ریسک) و خبرگان تحصیل کرده با شرطِ داشتن مدرک دکتری/کارشناسی ارشد

اقتصاد یا مدیریت (با تخصص مالی یا بازرگانی) بود که به سؤالات مصاحبه از قبیل مهمترین معیارهای مؤثر بر ریسک نکول بازبرداخت تسهیلات خرد اشخاص حقیقی چیست؟ پاسخ دادند که در پژوهش حاضر از طریق ۱۵ مصاحبه اشباع^۱ نظری حاصل شد؛ به این معنی که داده‌های جدیداً جمع‌آوری شده با داده‌هایی که قبلًاً جمع‌آوری شده بودند تفاوتی نداشت و کدهای مستخرج تکراری می‌شد؛ سپس با به کارگیری روش دلفی^۲ درباره تعیین معیارهای مؤثر بر نکول بازبرداخت تسهیلات، با استفاده از نظرات افراد خبره در ۲ دوره، ۲۲ معیار مطرح شد تا اینکه در نهایت، با درنظرگرفتن محدودیت اطلاعات، تعداد ۱۵ متغیر به عنوان مهمترین‌ها انتخاب شدند. هر متغیر در یکی از پنج گروه شاخص‌های جمعیت‌شناختی، شاخص‌های اجتماعی-اقتصادی، شاخص‌های مالی، شاخص‌های اعتباری و نکول قرار می‌گیرد. سن و جنس شاخص‌های جمعیت‌شناختی هستند؛ به عبارت دیگر، آن‌ها ویژگی‌های ذاتی فرد هستند و ممکن است به الگوهای رفتاری متفاوتی منجر شوند، اما تحت تأثیر خود فرد نیستند. از سوی دیگر، درباره تحصیل، شغل، محل سکونت، و تعداد افراد تحت تکفل عکس این موضوع صادق است. این متغیرها شاخص‌های اجتماعی-اقتصادی هستند و موقعیت فرد را در جامعه توصیف می‌کنند. بنابراین، توصیفی تقریبی از سبک زندگی موردنانتظار فرد را ارائه می‌دهند. متغیرهای درآمد سالیانه و وضعیت مالکیت خانه متغیرهای مالی هستند. این متغیرها می‌بینند توان مالی و نیز ثروت تسهیلات‌گیرنده‌اند. نوع اعتبار، مبلغ اعتبار، مدت اعتبار، مبلغ هر قسط، کارکرد حساب و مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی متغیرهای اعتباری هستند. آخرین متغیر، یعنی نکول، هدف برآورد بود که رفتار آن تحت بررسی است. این متغیرها در جدول ۱ مشخص شده‌اند. همچنین، براساس دانش تئوریک و نیز برداشت منطقی افراد خبره، با استفاده از تکنیک دیمتل سلسه‌مراقبت متغیرهای مؤثر و روابط علی میان آن‌ها شناسایی شده است.

داده‌های این پژوهش از یک مؤسسهٔ اعتباری خصوصی گرفته شده و حاوی اطلاعاتی درباره اعتبارات اعطایی به خانوارها طی دوره زمانی ۱۳۹۶ تا ۱۴۰۱ است. مشتریان برای تأمین مخارج خود از این مؤسسهٔ اعتباری درخواست اعتبار کرده‌اند و درخواست آن‌ها مورد تأیید قرار گرفته است. نمونهٔ موردنبررسی در این پژوهش مشکل از ۲۸۹۸۰ مشتری حقیقی دریافت‌کنندهٔ اعتبار است که ۴۷/۰۴ درصد آن‌ها مشتری خوب (مشتریانی که به

¹ saturation² delphi method

تعهدات خود در بازپرداخت تسهیلات عمل کرده‌اند و مرتكب نکول نشده‌اند) و ۵۲/۹۶ درصد بدھکار بد هستند (مشتریانی که مرتكب نکول شده‌اند). نمونه به صورت تصادفی و از ۱۰ درصد تسهیلات اعطایی هر شعبهٔ موسسهٔ اعتباری (به شرط اینکه از عدد ۱۰۰ تجاوز نکند) انتخاب شده است. شرط اساسی برای انتخاب مشتریان حاضر در نمونه، موجودبودن اطلاعات موردنیاز مشتریان دریافت‌کنندهٔ تسهیلات در بازه زمانی موردنظر است.

جدول ۱
تعریف متغیرها

متغیرها	وضعیت متغیرها
سن (X1)	$18 \leq X_1 \leq 50 = ۱$ $X_1 > 50 = ۲$
جنسيت (X2)	مرد = ۱ زن = ۲
حرفة (X3)	کارگر = ۱ بازنشسته = ۲ کارمند = ۳ بازاری = ۴
تعداد افراد تحت تکفل (X4)	صفر = ۱ یک نفر = ۲ بیش از یک نفر = ۳
محل سکونت (X5)	یکی از کلان شهرها = ۱ سایر = ۲
تحصیلات (X6)	تحصیلات دانشگاهی دارد = ۱ تحصیلات دانشگاهی ندارد = ۲
مالکیت خانه (X7)	متناقضی مالک خانه است = ۱ متناقضی مالک خانه نیست = ۲
درآمد سالیانه (X8)	$X_8 \leq 600 = ۱$ $600 < X_8 \leq 1200 = ۲$ $X_8 > 1200 = ۳$
مبلغ اعتبار (X9)	$0 < X_9 \leq 250 = ۱$ $X_9 > 250 = ۲$
مدت اعتبار (X10)	$0 < X_{10} \leq 12 = ۱$ $12 < X_{10} \leq 36 = ۲$ $36 < X_{10} \leq 60 = ۳$
مبلغ هر قسط (X11)	$X_{11} \leq 5 = ۱$ $5 < X_{11} \leq 15 = ۲$ $X_{11} > 15 = ۳$
کارکرد حساب (X12)	کارکرد حساب دارد = ۱ کارکرد حساب ندارد = ۲
مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی (X13)	$1 < X_{13} \leq 250 = ۱$ $X_{13} \geq 250 = ۲$

$X_{13} > 250 \text{ میلیون ریال}$	=۳	
=۱	مراقبه	نوع اعتبار (X14)
=۲	قرض‌الحسنه	
=۱	نکول اتفاق افتاده	نکول پرداخت (X15)
=۲	نکول اتفاق نیفتاده	

سررسید تسهیلات حداکثر ۶۰ ماه و حداکثر مبلغ تسهیلات اعطایی به میزان دو میلیارد ریال (سقف قابل پرداخت تسهیلات خرد در دوره موردبررسی) بوده است. زمان بقا^۱ در نمونه، که به عنوان تعداد روزهای تقویمی بین تاریخ پرداخت تسهیلات و تاریخ نکول محاسبه می‌شود، از ۹۱ روز تا ۱۵۳۷ روز متغیر است. زمان نکول که به عنوان تعداد روزهای تقویمی بین تاریخ بازپرداخت اقساط تسهیلات و تاریخ نکول محاسبه می‌شود، براساس ضوابط ابلاغی بانک مرکزی ج.ا.ا. ۶۰ روز درنظر گرفته شده است. در واقع پس از این زمان، تسهیلات به طبقات غیرجاری (ابتدا سررسید گذشته، سپس عموق و مشکوک الوصول) منتقل می‌شود.

ماهیت متغیرهای گردآوری شده و به طور کلی پنج دسته‌ای که به آن‌ها تعلق دارند، نشان می‌دهد که چگونه ممکن است با یکدیگر مرتبط باشند. برخی از این روابط مستقیم خواهند بود، درحالی که برخی دیگر از طریق یک یا چند متغیر واسطه با یکدیگر ارتباط خواهند داشت (غیرمستقیم). هر دو نوع رابطه را می‌توان به طور مؤثر و شهودی با استفاده از یک گراف جهت‌دار، که یکی از دو نهاد اساسی مشخص‌کننده یک شبکه بیزی است، نشان داد.

۱.۴ رویکرد شبکه‌های بیزی

امروزه بسیاری از مشکلات انسان‌ها با کمک هوش مصنوعی حل می‌شود. یکی از مهم‌ترین خصوصیات این مشکلات عدم قطعیت در آن‌ها است. روش‌های زیادی در هوش مصنوعی برای کنترل عدم قطعیت پیشنهاد شده است که اکثر آن‌ها بر پایه نظریه احتمالات و نظریه فازی بنا نهاده شده‌اند. در این بخش، روشی برای کنترل عدم قطعیت در مسائل بر پایه نظریه احتمالات به نام شبکه‌های بیزی بررسی خواهد شد. در بسیاری از سامانه‌های

^۱ survival time

هوشمند، نیاز به جواب درخواست‌هایی است که احتمال وقوع یک رویداد را براساس تعدادی از مشاهدات می‌خواهند. به فرایند جواب‌دادن به درخواست‌ها استنتاج می‌گویند و هر فرایند استنتاج به داده‌هایی درباره قلمروی نیاز دارد که قصد کنترل عدم قطعیت آن را داریم.

شبکه‌های بیزی می‌توانند به طور طبیعی برای مدل‌سازی پدیده‌های مختلف درنظر گرفته شوند. شبکه‌های بیزی یک گراف بدون دور جهت‌دار (Dg)^۱ است که رئوس آن شامل اطلاعات مقادیر احتمالات شرطی می‌شود. در پژوهش پیرل (۱۹۸۸)، شبکه‌های بیزی مطابق با مفهوم استقلال شرطی در میان متغیرها تنظیم می‌شوند؛ در نتیجه، فاکتوراسیون توزیع احتمال متغیر تصادفی n بُعدی (X_1, \dots, X_n) ارائه می‌شود که به شرح رابطه (۱) است:

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | P_a(X_i)) \quad (1)$$

به طوری که $(X_i, P_a(X_i))$ متغیرهای تصادفی i را نشان می‌دهد. در نتیجه، شناسایی دقیق توزیع احتمال توأم^۲ یک شبکه بیزی از طریق فراهم‌آوردن احتمالات پیشین برای همه گره‌های ریشه (گره‌های بدون پیشینی) و احتمالات مشروط^۳ برای همه گره‌های دیگر با درنظر گرفتن تمام ترکیب‌های بالقوه والدین مستقیم آن‌ها صورت می‌گیرد.

این متغیرها، همراه با دگ، شبکه بیزی را کاملاً بیان می‌کنند. بنابراین، شبکه تأسیس شده یک ابزار کارآمد را نشان می‌دهد تا یک نتیجه‌گیری احتمالی را انجام دهد.

به صورت دقیق‌تر، شبکه بیزی شامل اجزا و خصوصیات زیر است:

الف- یک مجموعه از متغیرهای تصادفی، مجموعهٔ رئوس گراف را تشکیل می‌دهند که این متغیرها می‌توانند گسسته یا پیوسته باشند.

ب- یک مجموعه از یال‌های جهت‌دار که اگر یک یال از رأس x به رأس y باشد، x را والد y می‌نامیم.

¹ Directed Acyclic Graph (DAG)

² parents

³ joint probability distribution

⁴ conditional probabilities

ج- هر گره، X_i ، یک توزیع احتمال شرطی ($P(X_i|rents a P(X_i))$) دارد که تأثیر گره‌های والد بر این گره را به صورت عددی نشان می‌دهند.
 د- گراف، هیچ دور جهت‌داری ندارد و در واقع، یک گراف بدون دور جهت‌دار است. ساختار شبکه بیزی نشان‌دهنده وابستگی‌های شرطی در قلمرو است. به صورت شهودی، معنی یک یال از x به y وجود تأثیر مستقیم x بر y یا وابستگی مستقیم y به x است.
 در نتیجه، رفتار یک شبکه بیزی با دو پارامتر تنظیم می‌شود: ساختار آن (گره‌ها و یال‌های بین آن‌ها) و جدول‌های احتمال همراه با گره‌ها. در واقع، ساختار و احتمالات شرطی که برای توصیف شبکه ضروری است، ممکن است از سوی متخصصان از خارج مدل تأمین شود یا از الگوریتمی که القا آن‌ها به طور سیستماتیک است، حاصل شود (چنگ و همکاران^۱، ۲۰۰۲). به گفته هکمن و همکاران^۲ (۱۹۹۵)، یک متخصص برای ساخت یک ساختار شبکه بیزی، باید شبکه را با اتکا به دانش خود درباره روابط بین متغیرها طراحی کند؛ پس از تعیین ساختار و تعیین توزیع شرطی مربوط به گره‌ها، ساختمان داده شبکه بیزی کامل می‌شود و با استفاده از آن می‌توان توزیع توأم را به دست آورد.

۲.۴ یادگیری شبکه‌های بیزی^۳

همان‌طور که گفته شد، برای به دست آوردن یک شبکه بیزی، تعریف یک ساختار (تعریف‌شده از طریق یک دگ) و احتمالات شرطی منسوب به هر گره از دگ ضروری است. از این‌رو، برای یادگیری یک شبکه بیزی دو کار لازم است: الف- یادگیری ساختاری که به معنای شناسایی تپولوژی شبکه بیزی است و ب- یادگیری پارامتری که به محاسبه تقریبی پارامترهای عددی (به عنوان مثال، احتمالات شرطی) اشاره دارد.

۱.۲.۴ یادگیری ساختاری^۴

ساختار که همان دگ در یک شبکه بیزی است، می‌تواند از طریق دانش افراد خبره یا با یادگیری الگوریتم‌هایی که در حوزه تکنیک‌های یادگیری ماشین شرح داده شده است، تنظیم شود.

¹ Cheng et al.

² Heckerman et al.

³ learning bayesian networks

⁴ structural learning

در واقع، از آنجاکه ساختهای زیادی وجود دارد که با همان مجموعه استقلال سازگار است، یافتن ساختار از یک مجموعه‌داده کار سخت و چالش‌برانگیزی است (هکمن و همکاران، ۱۹۹۵؛ مارگاریتیز^۱، ۲۰۰۳؛ کولر و فریدمن^۲، ۲۰۱۰). به همین دلیل، شبکه بیزی منحصر به فرد نیست و به دیدگاه طراح مدل و کارشناسان ذی‌ربط بستگی دارد. شایان ذکر است هرچه تعداد متغیرها بیشتر شود، شناسایی ساختار دشوارتر می‌شود (سوکار و مارتینز-آرویو^۳، ۱۹۹۸؛ چنگ و همکاران، ۲۰۰۲).

برای دستیابی به یک مدل علی بر مبنای دادهای گردآوری شده، پژوهشگر می‌بایست بعد از شناسایی متغیرهای مؤثر در مدل، تقدیم و تأخیر آن‌ها را برآسانس دانش تئوریک و برداشت منطقی خود مشخص کند. در غیر این صورت، الگوریتم جستجو بدون دانش پیشین اجرا می‌شود و ممکن است روابط علّت و معلول غیرمنطقی یا با جهت‌های معکوس را شناسایی کند و در نتیجه، مدل علی نادرستی ارائه دهد. به علاوه، قصد پژوهشگر در بسیاری از پژوهش‌ها، آزمودن یک مدل علی مفروض است. بنابراین، پژوهشگر با تعیین سلسه‌مراتب متغیرها، امکان آزمودن فرضیه‌های خود را فراهم می‌کند.

در این پژوهش، برآسانس دانش تئوریک و نیز برداشت منطقی افراد خبره، با استفاده از تکنیک دیمتل^۴، سلسه‌مراتب متغیرهای مؤثر و روابط علی میان آن‌ها شناسایی شده است. تکنیک دیمتل را فونتلا و گابوس^۵ در سال ۱۹۷۳ در مؤسسه یادبود باتل^۶ پایه‌گذاری کرد. تکنیک دیمتل تکنیکی برای شناسایی الگوی روابط علی میان مجموعه‌ای از متغیرها استفاده می‌شود. از این دیدگاه، تکنیک دیمتل جانشین مناسبی برای مدل‌های معادلات ساختاری در زمانی است که حجم نمونه انک درآورد. اساساً، سنجش روابط بین متغیرها در برخی موارد به دیدگاه خبرگان و کارشناسان منتخبی نیاز دارد که تعداد آن‌ها انک است و در این حالت، تکنیک دیمتل به بهترین وجه می‌تواند روابط میان متغیرها را منعکس کند. مزیت این روش سادگی و شفافیت آن در انکاس ارتباطات متقابل میان یک مجموعه متغیر است. برای انکاس روابط درونی میان معیارها، از تکنیک دیمتل استفاده می‌شود؛

¹ Margaritis

² Koller and Friedman

³ Sucar and Martinez-Arroyo

⁴ Decision Making Trial and Evaluation (DEMATEL)

⁵ Fonetla & Gabus

⁶ Battelle Memorial Institute

بهطوری که خبرگان قادرند با سلط بیشتری به بیان نظرات خود در رابطه با اثرات (جهت و شدت اثرات) میان عوامل بپردازند. شایان توجه است که ماتریس حاصله از تکنیک دیمتل (ماتریس ارتباطات داخلی) هم رابطه علّی و معلولی بین عوامل و هم اثربازی و اثربازی متغیرها را نمایش می‌دهد. ماتریس ارتباطات داخلی می‌تواند به عنوان بخشی از سوپرماتریس تکنیک فرایند تحلیل شبکه‌ای^۱ مورد استفاده قرار بگیرد (جیحونی‌پور و همکاران، ۱۴۰۴).

ساختاردهی به عوامل پیچیده در قالب گروههای علّت و معلولی، یکی دیگر از مهم‌ترین کارکردها و یکی از مهم‌ترین دلایل کاربرد فراوان تکنیک دیمتل در فرایندهای حل مسئله است. بدین صورت که با تقسیم‌بندی مجموعهٔ وسیعی از عوامل پیچیده در قالب گروههای علّت-معلولی، تصمیم‌گیرنده را در شرایط مناسب‌تری از درک روابط قرار می‌دهد.

الگوریتم اجرای تکنیک دیمتل در پنج مرحله پیاده‌سازی می‌شود. در مرحله اول (تشکیل ماتریس ارتباط مستقیم)، برای شناسایی الگوی روابط میان n معیار، ابتدا یک ماتریس $n \times n$ تشکیل می‌شود. تأثیر عنصر مندرج در هر سطر بر عناصر مندرج در ستون در این ماتریس درج می‌شود. از یک طیف با امتیاز صفر تا چهار برای امتیازدهی استفاده می‌شود؛ بهطوری که اگر هیچ تأثیری وجود نداشته باشد، عدد صفر و اگر تأثیر بسیار زیاد باشد، عدد چهار استفاده می‌شود. همچنین، برخلاف تکنیک‌های AHP و ANP، در اینجا، شرط معکوسی برقرار نیست؛ یعنی اگر تأثیر عنصر A بر B برابر با سه باشد، تأثیر عنصر B بر A لزوماً یک سوم نخواهد بود و ممکن است هر عددی بین صفر تا چهار باشد. درایه‌های قطر اصلی، یعنی تأثیر هر عنصر بر خودش، نیز صفر در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۲

طیف مورد استفاده در تکنیک دیمتل

بدون تأثیر	تأثیر خیلی کم	تأثیر کم	تأثیر زیاد	تأثیر خیلی زیاد
۰	۱	۲	۳	۴

منبع: کاشی (۲۰۱۵)

¹ Analytic Network Process (ANP)

اگر از دیدگاه بیش از یک نفر استفاده شود، هریک از خبرگان باید ماتریس موجود را تکمیل کنند؛ سپس از میانگین ساده نظرات استفاده می‌شود و ماتریس ارتباط مستقیم X تشکیل می‌شود.

(۲)

$$X = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & x_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

برای مطالعه الگوریتم اجرای تکنیک دیمتل، می‌توان به مقالات کاشی^۱ (۲۰۱۵) و چن و همکاران^۲ (۲۰۰۷) و نیز برای مطالعه این روش در مدل‌سازی اعتباری، به مقاله جیحونی‌پور و همکاران (۱۴۰۴) مراجعه کرد.

۲.۲.۴ یادگیری پارامتری^۳

یادگیری پارامتری به معنی برآورد پارامتر است. هدف از یادگیری پارامتری شبکه بیزی، برآورد احتمال شرطی هر رأس شبکه به شرط والدینش است. پس از ساخت یک شبکه بیزی، لازم است یک سری از مقادیر احتمال از مدل طراحی شده استخراج شود که به این فرایند استنتاج می‌گویند. انواع استنتاج عبارت‌اند از استنتاج دقیق و استنتاج تقریبی. در استنتاج دقیق، مجموعه داده کامل است و برآورد میزان احتمال شرطی هر رأس شبکه از روش‌های متداول برآوردهایی مانند روش ماکسیمم درستنمایی^۴ و در برخی از موارد روش بیزی دقیقاً محاسبه می‌شود. در روش ماکسیمم درستنمایی، برآورد پارامترها با ماکسیمم کردن چگالی احتمال توأم متغیرها، یعنی براساس مجموعه داده، به دست می‌آید؛ در حالی که در روش بیزی برآورد پارامترها، با ماکسیمم کردن چگالی، احتمال توأم و چگالی احتمال پیشین پارامترها، یعنی با ترکیب کردن اطلاع نتیجه‌شده از داده‌ها با دانش پیشین درباره پارامترها به دست می‌آید. معیارهای متداول برای برآورد نقطه‌ای پارامترها در روش (ML)، برآورد (ML) و در روش بیزی، برآورد ماکسیمم احتمال پسین^۵ و میانگین احتمال

¹ Kashi

² Chen-Yi et al.

³ parametric learning

⁴ Maximum Likelihood (ML)

⁵ Maximum A Posteriori (MAP)

پسین^۱ هستند. ازانجاکه در این پژوهش، ساختار شبکه معلوم است و تمام متغیرها قابل مشاهده‌اند، می‌توان با برآورد (ML) احتمال‌های شرطی هرگره به شرط والدینش را از روی داده‌ها و دانش پیشین درباره پارامترها بدست آورد. پارامترهای یادگیری با شبکه بیزی در نرم‌افزار R بدست خواهد آمد.

فرض کنید که D یک مجموعه‌داده و N_{ijk} تعداد حالت‌های D باشد، وقتی گر i در وضعیت k باشد و والدینش در وضعیت j هستند، که $P_a(X_i = x_i^k \mid X_i = x_i^j) = \theta_{ijk} = \sum_{k=1}^{r_i} N_{ijk} / N_{ij}$ (وزیع $N_{ij1}, \dots, N_{ijr_i}$) چندجمله‌ای است با پارامترهای $\theta_{ijk} = |P(X_i = x^j | P_a(X_i = x^i) = \theta_{ij1}, \dots, \theta_{ijr_i}|$ ، که $O_{ijk} = \widehat{\theta_{ijk}} = \frac{N_{ijk} + \alpha_{ijk}}{N_{ij} + \alpha_{ij}}$ تخمین بیزی بهصورت زیر داده شده است. در این پژوهش، ما بررسی می‌کنیم که $\alpha_{ijk} = 1$ باشد.

برای هرگره، یک توزیع احتمال شرطی بهدست می‌آید. در بخش نتایج، نمونه‌هایی از توزیع احتمال شرطی نشان داده شده است. همچنین، نشان داده شده که توزیع احتمال توأم BN مستلزم تعیین ۱۵ احتمال شرطی است (برای هر متغیر مشروط به مجموعه والدینش یک احتمال شرطی). بنابراین، وابستگی‌ها به راحتی به مدل احتمالی تفسیر می‌شوند.

در ادامه، کاربرد شبکه بیزی در مدل‌سازی ریسک اعتباری بیان خواهد شد. بدین صورت که پس از اعتبارسنجی ساختار شبکه، مراحل مختلف ساخت شبکه بیزی برای مدل‌سازی ریسک اعتباری بیان می‌شود و یادگیری ساختاری و یادگیری پارامتری در دو سناریوی جداگانه موردنبررسی قرار می‌گیرد. مهم‌ترین متغیرهای اثرگذار بر نکول در هر دو سناریو برآورد می‌شود و توابع احتمال شرطی تشریح خواهد شد. همچنین در انتها، نتایج دو سناریو با هم مقایسه می‌شود.

۳.۴ اعتبارسنجی ساختار شبکه بیزی

بهصورت کلی، اعتبارسنجی شبکه بیزی به دو طریق انجام می‌شود: ۱- استفاده از نظر خبرگان و ۲- استفاده از قواعد جداسازی (پیرل، ۱۹۸۸). اعتبارسنجی با استفاده از نظر خبرگان فرایندی تکرارشونده است؛ به این صورت که گره‌های (متغیرهای) مختلف آنقدر حذف و اضافه می‌شود تا ساختار حاصل موردنتأیید خبرگان و طراح قرار گیرد و

^۱ Posterior Mean (PM)

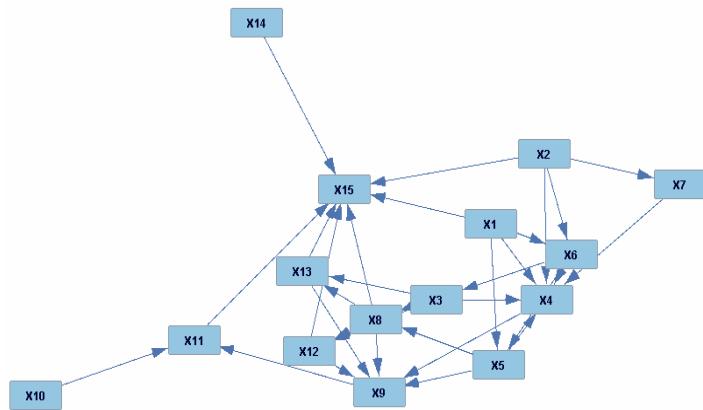
معکس‌کننده مهم‌ترین عوامل مؤثر بر نکول تسهیلات باشد. اعتبارسننجی با قواعد جداسازی در این پژوهش انجام شده است، زیرا اساس این روش آزمون کردن استقلال شرطی گره‌هایی است که با یکدیگر هیچ ارتباطی ندارند و متعلق نیستند. هنگام ساختن شبکه بیزی، گره‌های والد شبکه به عنوان علّت نکول درنظر گرفته شده است و گره‌هایی که هیچ‌گونه اتصالی ندارند در واقع، دارای استقلال شرطی هستند و نیازی به آزمون کردن دوباره آن‌ها نیست.

۵ نتایج

۱.۵ رویکرد کمی‌سازی شبکه بیزی ریسک اعتباری در سناریوی یک

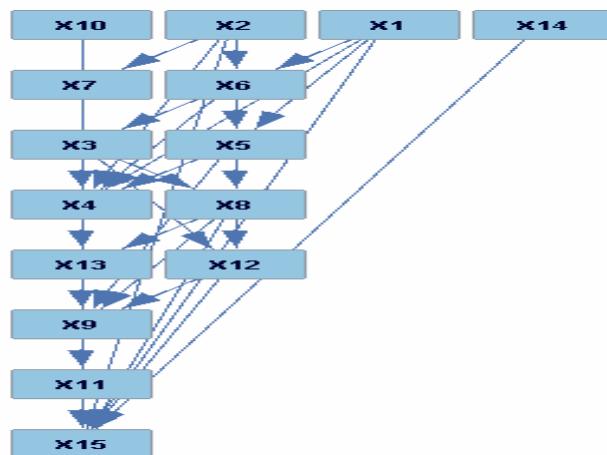
پس از بررسی ادبیات نظری و گرفتن نظر خبرگان، ابتدا در سناریوی یک، متغیرهای اثرگذار بر نکول با شدت یک تا چهار در الگوی دیمیتل انتخاب شدند؛ سپس با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری در بسته نرمافزاری bnlearn که در نرمافزار R موجود است، مدل نهایی براساس الگوریتم تپه‌نوردی^۱ و روش برآورده ماکسیمم درستنمایی (ML) با استفاده ازتابع امتیاز \underline{K} انجام شد. براین اساس، روابط بین متغیرها به صورت شکل ۱ استخراج شد.

¹ Hill Climbing (hc)



شکل ۱. ساختار شبکه بیزی در سناریوی یک (استخراج شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

همچنین، روابط بین متغیرها از نظر سلسله‌مراتبی به صورت شکل ۲ است.



شکل ۲. ساختار شبکه بیزی در سناریوی یک از نظر سلسله‌مراتبی (استخراج شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

آزمون آماری کولمگروف-اسمیرنوف^۱ با $P\text{-value}=0.00021$ نشان می‌دهد که شبکه بیزی به دست‌آمده برای داده‌ها مناسب است. سایر اطلاعات شبکه ایجادشده در جدول ۳ را ارائه شده است.

جدول ۳

اطلاعات شبکه بیزی ایجادشده در ستاریوی یک

تعداد گره‌ها	تعداد یال‌های بدون جهت	تعداد یال‌های جهت‌دار	تعداد یال‌های بدون
۱۵	.	۳۲	۳۲

Modelstring (dag)

```
"[X1][X2][X10][X14][X6 | X1:X2][X7 | X2][X3 | X6][X5 | X1:X6][X4 | X1:X2:X3:X5:X6:X7][X8 | X3:X5][X12 | X3:X8][X13 | X3:X8][X9 | X4:X5:X8:X12:X13][X11 | X9:X10][X15 | X1:X2:X8:X11:X12:X13:X14]"
```

منبع: یافته‌های پژوهش

همان‌طور که شکل‌های ۱ و ۲ و شبکه بیزی ایجادشده در جدول ۳ نشان می‌دهد، رمزگشایی برخی از روابط بین متغیرها ساده است؛ به عنوان مثال، سن، جنس، درآمد، مبلغ هر قسط، کارکرد حساب، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی و نوع تسهیلات تأثیر مستقیمی بر نکول پرداخت دارند. از نظر برخی از خبرگان، احتمال نکول زنان کمتر از احتمال نکول مردان است، زیرا زنان ریسک‌گریزتر هستند. والدین متغیر مبلغ هر قسط، مبلغ اعتبار و مدت اعتبار هستند. کارکرد حساب هم به صورت مستقیم و هم به صورت غیرمستقیم (از طریق اثرگذاری بر مبلغ اعتبار) بر نکول تأثیر می‌گذارد. میزان کارکرد حساب متقاضی علاوه بر اینکه می‌تواند معیاری برای اطلاع از درآمد شخص و توان بازپرداخت وی باشد، این واقعیت را تقویت می‌کند که هرچه مشتری بک بانک قدیمی‌تر باشد، بانک اطلاعات بیشتری درباره رفتار بانکی‌اش دارد. رفتار اعتباری خوب پای‌بندی و تعهدپذیری مشتری در ایفای تعهداتش را نشان می‌دهد؛ از این‌رو، تخصیص اعتبار به مشتریان قدیمی و با سابقه رفتار خوب اعتباری می‌تواند احتمال نکول پرداخت را کاهش دهد. تعداد افراد تحت‌تکفل تأثیر مستقیمی بر مبلغ اعتبار دارد که به‌نوبه خود بر نکول

¹ Kolmogorov-Smirnov

پرداخت‌ها اثر می‌گذارد. والدین متغیر تعداد افراد تحت‌تکفل، سن، جنس، حرفه، شهر محل سکونت، تحصیلات و مالک خانه بودن است. حرفه از طریق اثرگذاری بر متغیرهای تعداد افراد تحت‌تکفل، درآمد سالیانه، کارکرد حساب و تسهیلات فعال در نظام بانکی به‌طور غیرمستقیم در نکول پرداخت‌ها اثرگذار است. درآمد سالیانه هم به‌طور مستقیم و هم به‌طور غیرمستقیم با اثرگذاری بر متغیرهای مبلغ اعتبار، کارکرد حساب، و تسهیلات فعال در نظام بانکی نکول را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. علاوه‌براین، تحصیلات که تحت‌تأثیر جنسیت و سن قرار دارد و می‌تواند نشان‌دهنده توانایی ذاتی فرد در اتخاذ تصمیمات عقلایی و سریع در انجام امور اقتصادی اش باشد، تأثیر غیرمستقیمی در نکول پرداخت (با اثرگذاری بر متغیرهای حرفه، تعداد افراد تحت‌تکفل و زندگی در شهر محل سکونت) دارد. معمولاً قرض‌گیرندگان با تحصیلات بالاتر از موقعیت شغلی باشیاتر و درآمد بالاتری برخوردارند؛ بنابراین، نرخ نکول پایین‌تری دارند. همچنین، متغیر مالکیت خانه می‌تواند به‌طور غیرمستقیم بین تسهیلات‌گیرندگان خوب و بد تفاوت قائل شوند. وضعیت سکونت تسهیلات‌گیرنده از نظر مالک یا مستأجر بودن به‌نوعی نشان‌دهنده ثروت وی است. همچنین، وضعیت سکونت، میزان تعهدات مالی تسهیلات‌گیرنده، و درآمد خالص ماهیانه‌وی را از طریق هزینه اجاره‌خانه تحت‌تأثیر قرار می‌دهد. مدت اعتبار نشان‌دهنده ارزیابی از توانایی بازپرداخت تسهیلات‌گیرندگان است. زندگی در کلان‌شهر می‌تواند با اثرگذاری بر تعداد افراد تحت‌تکفل، درآمد سالیانه، و نیز مبلغ اعتبار به‌صورت غیرمستقیم نکول را تحت‌تأثیر قرار دهد.

براساس نتایج حاصل از یادگیری پارامتری که در پیوست‌های (الف-۱) و (پ-۱) و نیز جدول‌های پیوست (ب) ارائه شده است، با توجه به والدین متغیر نکول (سن، جنسیت، درآمد، مبلغ هر قسط، معدل حساب، مبلغ تسهیلات فعال و نوع تسهیلات) و با توجه به تحلیل روابط بین متغیرها، مشخص می‌شود که در دهک اول، بالاترین احتمالات نکول در جدول پیوست (پ-۱)، افراد دارای احتمال نکول بالای ۷۰ درصد هستند. اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۷۰ درصد دارند، بین ۱۸ تا ۵۰ سال بوده‌اند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته‌اند، مانده تسهیلات فعال کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال داشته‌اند، و تسهیلات دریافتی آن‌ها از نوع مرابحه بوده است. از این‌رو، براساس یادگیری پارامتری، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی، سن، جنسیت، درآمد سالیانه، و کارکرد حساب به‌ترتیب مهم‌ترین متغیرهای نکول هستند. همچنین، نتایج نشان می‌دهد

که بیشتر تسهیلات‌گیرندگان بدحساب به طبقه کم‌درآمد جامعه تعلق دارند. بیش از ۶۲ درصد کسانی که نکول داشته‌اند ساکن کلان‌شهرها نبوده‌اند. بیش از ۶۵ درصد این افراد فاقد تحصیلات دانشگاهی بوده‌اند و حدود ۶۵ درصد از آن‌ها هم مستأجر بوده‌اند.

براساس نتایج حاصل از دو دهک اول، بالاترین احتمالات نکول در جدول پیوست (پ-۱)، اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۶۵ درصد دارند، دارای سن بین ۱۸ تا ۵۰ سال بوده‌اند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته‌اند و مبلغ آن کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال بوده است و تسهیلات از نوع مرابحه بوده است. در دو دهک بالاترین احتمال نکول، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال متقارضی در نظام بانکی، جنسیت و کارکرد حساب به ترتیب مهم‌ترین متغیرهای اثرگذار بر نکول هستند.

در مقایسه بین دهک اول و دو دهک اول بالاترین احتمالات نکول، ترتیب مهم‌ترین متغیرهای اثرگذار بر نکول تغییر یافته است. بنابراین، براساس سیاست‌های اعتباری و اولویت مدیران بانک، حالت‌های مختلفی از احتمالات نکول و پُرپریسک‌ترین / کم‌ریسک‌ترین دسته‌بندی متقارضیان را می‌توان شناسایی کرد.

در پیوست‌های (الف-۱) و (پ-۱) و نیز جدول‌های پیوست (ب)، مقادیر موردنظر توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والدهای آن، توزیع‌های احتمال شرطی با توجه به نکول پرداخت، و توزیع‌های محتمل‌ترین وضعیت‌هایی که وقوع نکول را نتیجه می‌دهند آورده شده است.

جدول پیوست (پ-۱) رتبه‌بندی وضعیت تسهیلات‌گیرندگان را از بالاترین سطح احتمال نکول تا پایین‌ترین سطح نشان می‌دهد. این جدول رتبه‌بندی از نتایج حاصل از جدول پیوست (الف-۱) استخراج شده است.

با استفاده از توضیحات گفته‌شده، می‌توان حدود آستانه‌ای ۱۰ نمونه از تقاضای تسهیلات (متقارضیان با شرایط و درصدهای احتمال نکول متفاوت) را براساس سیاست اعتباری بانک به صورت پیشنهادی در قالب جدول ۴ ارائه کرد.

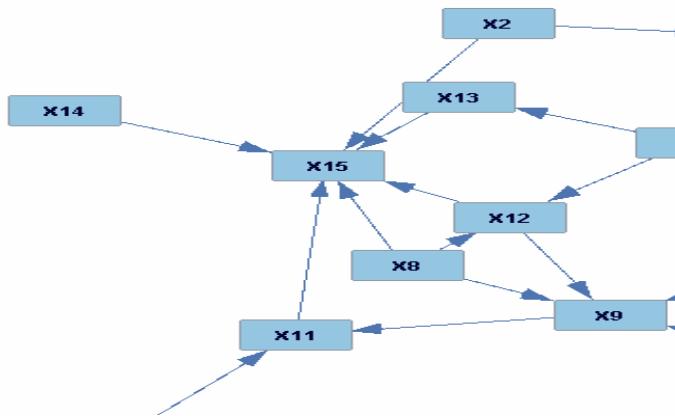
جدول ۴
حدود آستانه‌ای اعطای اعتبار در سناریوی یک

ردیف	شماره دهک	درصد احتمال نکول	رتبه اعتباری	سقف تسهیلات منقاضی (میلیون ریال)	سقف تسهیلات قابل اعطا به	سقف تعداد اقساط تسهیلات
۱	۱۰	۰	A*	۲۰۰		۶۰
۲	۹	۲۵	A	۱۵۰		۴۸
۳	۸	۳۰	B*	۱۲۵۰		۴۸
۴	۷	۳۶	B	۱۰۰۰		۳۶
۵	۶	۴۲	C*	۷۵۰		۳۶
۶	۵	۵۰	C	۵۰۰		۲۴
۷	۴	۵۴	D*	۴۰۰		۲۴
۸	۳	۶۰	D	۳۰۰		۱۸
۹	۲	۶۸	E*	۲۰۰		۱۲
۱۰	۱	۷۵	E	صغر		-

منبع: یافته‌های پژوهش

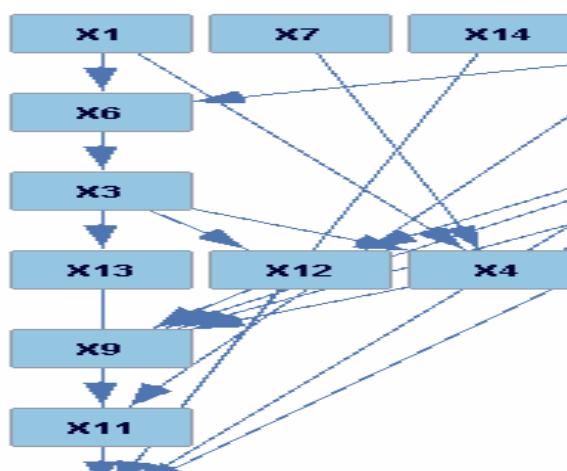
۲.۵ رویکرد کمی‌سازی شبکه بیزی ریسک اعتباری در سناریوی دو

در سناریوی دیگری تحت عنوان سناریوی دو، روابط بین متغیرهای اثرگذار بر نکول باشد و پیچیدگی کمتری نسبت به سناریوی یک مورد بررسی قرار گرفت. در واقع در این سناریو، صرفاً شدت‌های سه تا چهار در الگوی دیمیتل درنظر گرفته شد. به عبارت دیگر، در این سناریو، روابطی که از نظر خبرگان با شدت کمتری بین متغیرها برقرار بود، در مدل کنار گذاشته شد. در سناریوی دو نسبت به سناریوی یک، اثرات سن بر محل سکونت، سن بر نکول، جنسیت بر تعداد افراد تحت‌تکفل، جنسیت بر مالکیت خانه، حرفه بر درآمد سالیانه، محل سکونت بر درآمد سالیانه، تحصیلات بر تعداد افراد تحت‌تکفل، تحصیلات بر محل زندگی، درآمد سالیانه بر مبلغ تسهیلات فعل و مبلغ تسهیلات فعل بر مبلغ اعتبار حذف شده است. روابط بین متغیرها در شکل ۳ نشان داده شده است:



شکل ۳. ساختار شبکه بیزی در سناریوی دو (استخراج شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

همچنین، روابط بین متغیرهای مؤثر از نظر سلسله‌مراتبی در شکل ۴ نمایش داده شده است:



شکل ۴. ساختار شبکه بیزی در سناریوی دو از نظر سلسله‌مراتبی (استخراج شده از نرم‌افزار TETRAD) «یافته‌های پژوهش»

اطلاعات شبکه ایجادشده در سناریوی دو در جدول ۵ ارائه شده است:

جدول ۵
اطلاعات شبکه بیزی ایجادشده در سناریوی دو

تعداد گره‌ها	تعداد یال‌ها	تعداد یال‌های بدون جهت	تعداد یال‌های جهت‌دار
۱۵	۲۲	.	۲۲

Modelstring (dag)

"[X1][X2][X5][X7][X8][X10][X14][X6 | X1:X2][X3 | X6][X4 | X1:X3:X5:X7][X12 | X3:X8][X13 | X3][X9 | X4:X5:X8:X12][X11 | X9:X10][X15 | X2:X8:X11:X12:X13:X14]"

منبع: یافته‌های پژوهش

همان‌طور که شکل‌های ۳ و ۴ و شبکه بیزی ایجادشده در جدول ۵ نشان می‌دهند، جنسیت، درآمد، مبلغ هر قسط، کارکرد حساب، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی در نظام بانکی و نوع تسهیلات تأثیر مستقیمی بر نکول پرداخت دارند. والدین متغیر مبلغ هر قسط، مبلغ اعتبار و مدت اعتبار هستند. تعداد افراد تحت تکفل تأثیر مستقیمی بر مبلغ اعتبار دارد که بهنوبه خود بر نکول پرداخت‌ها اثر می‌گذارد. والدین متغیر تعداد افراد تحت تکفل، سن، حرفه، شهر محل سکونت و مالک خانه بودن است. حرفه از طریق اثرگذاری بر متغیرهای تعداد افراد تحت تکفل، کارکرد حساب و تسهیلات فعال در نظام بانکی به‌طور غیرمستقیم در نکول پرداخت‌ها اثرگذار است. درآمد سالیانه هم به‌طور مستقیم و هم به‌طور غیرمستقیم با اثرگذاری بر متغیرهای مبلغ اعتبار و کارکرد حساب نکول را تحت تأثیر قرار می‌دهد. علاوه‌بر این، تحصیلات که تحت تأثیر جنسیت و سن قرار دارد و می‌تواند نشان‌دهنده توافقنامه ذاتی فرد در اتخاذ تصمیمات عقلایی و سریع در انجام امور اقتصادی اش باشد، تأثیر غیرمستقیمی در نکول پرداخت (با اثرگذاری بر متغیر حرفه) دارد. همان‌طور که گفته شد، معمولاً قرض‌گیرندگان با تحصیلات بالاتر از موقعیت شغلی باشگاه تری برخوردارند. همچنین، متغیر مالکیت خانه می‌تواند به‌طور غیرمستقیم بر متغیر نکول اثرگذار باشد. مدت اعتبار از طریق تحت تأثیر قراردادن مبلغ هر قسط و زندگی در کلان‌شهر نیز با اثرگذاری بر تعداد افراد تحت تکفل و مبلغ اعتبار، می‌توانند به صورت غیرمستقیم نکول را تحت تأثیر قرار دهند.

براساس نتایج حاصل از یادگیری پارامتری که در پیوستهای (الف-۲) و (پ-۲) و نیز جدول‌های پیوست (ب) ارائه شده است، با توجه به والدین متغیر نکول (جنسیت، درآمد،

مبلغ هر قسط، معدل حساب، مبلغ تسهیلات فعال و نوع تسهیلات) و با توجه به تحلیل روابط بین متغیرها، مشخص می‌شود که در دهک اول بالاترین احتمالات نکول در جدول پیوست (پ-۲)، افراد دارای احتمال نکول بالاتر از ۶۹ درصد است. اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۶۹ درصد دارند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته و مبلغ آن کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال بوده و تسهیلات از نوع مرابحه بوده است. براساس یادگیری پارامتری، مبلغ هر قسط، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، جنسیت، و کارکرد حساب به ترتیب متغیرهای مهم نکول هستند.

با بررسی دو دهک اول بالاترین احتمالات نکول، نتایج نشان داد که اکثر افرادی که نکول بالاتر از ۶۶ درصد دارند، جنسیت مؤنث دارند، درآمد سالیانه آن‌ها کمتر از ۶۰۰ میلیون ریال در سال بوده است (قشر کم‌درآمد)، مبلغ قسط کمتر از ۵ میلیون ریال داشته‌اند، کارکرد حساب نداشته‌اند، تسهیلات فعال در نظام بانکی داشته‌اند و مبلغ آن کمتر از ۲۵۰ میلیون ریال بوده است و تسهیلات از نوع مرابحه بوده است. در این حالت، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، کارکرد حساب، و جنسیت به ترتیب متغیرهای مهم نکول هستند. مشاهده می‌شود که ترتیب اهمیت متغیرهای نکول در این حالت نسبت به دهک اول تغییر یافته است.

در پیوست‌های (الف-۲) و (پ-۲) و نیز جدول‌های پیوست (ب)، مقادیر موردنظر توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترتیب مقادیر والدهای آن، توزیع‌های احتمال شرطی با توجه به نکول پرداخت و توزیع‌های محتمل‌ترین وضعیت‌هایی که وقوع نکول را نتیجه می‌دهند آورده شده است.

توزیع احتمال شرطی متغیر سن با توجه به نکول پرداخت تسهیلات نشان می‌دهد که اکثریت قاطع تسهیلات نکول شده متعلق به سنین بین ۱۸ تا ۵۰ سال بوده است و متقاضیان دارای سن بالاتر از ۵۰ سال که شامل بازنشسته‌ها نیز می‌شود، به مراتب نسبت به بازپرداخت تسهیلات دریافتی تعهد بیشتری داشته‌اند. نتایج جدول پیوست (ب) نیز مؤید همین مطلب است.

در نهایت، رتبه‌بندی تسهیلات‌گیرندگان از بالاترین سطح تا پایین‌ترین سطح احتمال نکول در قالب ۲۱۶ وضعیت استخراج شد و در جدول پیوست (پ-۲) آورده شده است.

مانند جدول ۴، می‌توان حدود آستانه‌های اعطای اعتبار را برای سناریوی دو نیز استخراج کرد.

۳.۵ مقایسه بین دو سناریو

با مقایسه بین سناریوهای یک و دو، می‌توان به این نتیجه دست یافت که علاوه بر کاهش تعداد احتمالات شرطی متغیر نکول و در نتیجه کاهش محتمل‌ترین وضعیت‌هایی که نکول را نتیجه می‌دهند، ترتیب اهمیت متغیرها نیز تغییر پیدا کرد. مقایسه بین نتایج حاصل از دو سناریو به صورت خلاصه در جدول ۶ نمایش داده شده است:

جدول ۶

مقایسه نتایج حاصل از سناریوهای یک و دو

ردیف	موضوع	سناریوی یک	سناریوی دو
۱	شدت روابط در الگوی دیمیتل	۴۹۳	۱۹۰۲۹۰۳
۲	تعداد گره‌ها	۱۵	۱۵
۳	تعداد پال‌ها	۲۲	۳۲
۴	احتمال شرطی متغیر نکول	[X15 X1:X2:X8:X11:X12:X 13:X14]	X
۵	تعداد احتمالات شرطی متغیر نکول	۲۱۶	۴۳۲
۶	ترتیب اهمیت متغیرها براساس دهک اول	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، نظام بانکی، نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، جنسیت و کارکرد حساب	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، بانکی، سن، جنسیت، درآمد سالیانه و کارکرد حساب
۷	ترتیب اهمیت متغیرها براساس دو دهک اول	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی، جنسیت و کارکرد حساب	مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال در نظام بانکی، جنسیت و کارکرد حساب

در حالی که پژوهش‌های پیشین، مانند مطالعات مبتنی بر لاجیت، شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک مانند پژوهش تاری و همکاران (۱۳۹۷)، قادر آستانه‌بندی مشخص در

اعطای تسهیلات به متقاضیان بوده‌اند، نتایج این مدل‌سازی با ارائه یک آستانه معین، گامی روبه‌جلو محسوب می‌شود.

۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادهای سیاستی

درخواست متقاضی، نقطه آغازین فرایند اعطای تسهیلات است. هنگامی که بانک‌ها و مؤسسات اعتباری درخواست تسهیلات را دریافت می‌کنند، فرایند ارزیابی آن و میزان پیچیدگی آن می‌تواند بسیار متفاوت باشد. بسیاری از آن‌ها همچنان از روش‌های ارزیابی ساده استفاده می‌کنند. این موضوع می‌تواند به تجزیه و تحلیل سلیقه‌ای ویژگی‌های متقاضی یا امتیازدهی ساده درباره این ویژگی‌ها منجر شود. با این حال، برخی از بانک‌ها و مؤسسات اعتباری از مدل‌های امتیازدهی اعتباری آماری برای ارزیابی و تفکیک متقاضیان متعهد و غیرمتعهد تسهیلات استفاده می‌کنند. در این مطالعه، برای ارائه یک نمایش بصری، شفاف و گرافیکی از روابط متقابل بین متغیرهای مرتبط با عدم پرداخت تسهیلات، از شبکه‌های بیزی (BNS) به عنوان یکی از روش‌های هوش مصنوعی استفاده شده است. مدل‌سازی شبکه بیزی پیشنهادی با تکیه بر داده‌های موجود، بر مبنای یادگیری ساختاری و پارامتری انجام شده است که دقت و استحکام مدل تصمیم‌گیری را نشان می‌دهد.

یادگیری در دو سناریو با شدت روابط علی متفاوت حاصل شده از تکنیک دیمتل و تعداد یال‌های متفاوت در مدل‌سازی شبکه بیزی موردنبررسی قرار گرفت. در سناریوی اول که صرفاً وجود رابطه موجب شبکه گیری یال در شبکه بود، یادگیری پارامتری با وجود ۱۵ گره و ۳۲ یال در ساختار شبکه ایجاد شده انجام شد. با بررسی دهک ابتدایی بالاترین احتمالات نکول که همگی دارای احتمال نکول بالای ۷۰ درصد بودند، مشخص شد مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، سن، جنسیت، درآمد سالیانه، و کارکرد حساب به ترتیب متغیرهای مهم نکول هستند. با افزایش دامنه بررسی بالاترین احتمالات نکول به دو دهک ابتدایی که شامل وضعیت‌های با احتمال نکول بالای ۶۵ درصد بود، ترتیب اهمیت متغیرها تغییر کرد. در دو دهک بالاترین احتمال نکول، مبلغ هر قسط، نوع تسهیلات، سن، درآمد سالیانه، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی، جنسیت، و کارکرد حساب به ترتیب متغیرهای مهم نکول بودند. در سناریوی دوم، روابط علی با شدت بالا (شدت‌های سه تا چهار در تکنیک دیمتل) یال‌های شبکه را به تعداد ۲۲ یال تشکیل می‌دادند و تعداد گره‌های موجود در شبکه مانند سناریوی اول ۱۵ گره بود. نتایج حاصل از بررسی دهک اول بالاترین احتمالات نکول در این سناریو، نشان داد مبلغ هر قسط، مبلغ تسهیلات فعال متقاضی تسهیلات در نظام بانکی،

نوع تسهیلات، درآمد سالیانه، جنسیت، و کارکرد حساب بهترتبیب مهم‌ترین متغیرهای نکول هستند. در این سناریو نیز با افزایش دامنه بررسی به دو دهک ابتدایی بالاترین احتمالات نکول، نتایج بیانگر تغییر در ترتیب متغیرهای مهم بود. براساس این پژوهش، می‌توان نتیجه گرفت که حدود آستانه‌ای اعطای اعتبار براساس سیاست اعتباری اعمال شده از سوی مدیران بانک/ مؤسسه اعتباری از طریق مدل به کارگرفته شده مشخص خواهد شد. از این‌رو، می‌توان براساس میزان NPL و نیز اشتلهای ریسک بانک/ مؤسسه اعتباری، سناریوهای متفاوتی را در مدل نظرگرفت و نیز دهک‌های متفاوتی را در هر سناریو با توجه به معیارهای اعتباری مدنظر مدیران موربررسی قرار داد.

مدل تصمیم‌گیری پیشنهادی، با ارائه رویکردی نوین در مدیریت ریسک اعتباری، به بانک‌ها و مؤسسات اعتباری کمک می‌کند تا تصمیمات اعتباری دقیق‌تر و آگاهانه‌تری اتخاذ کنند. این مدل، با محاسبه احتمال نکول مشتری براساس مبلغ و مدت اعتبار درخواستی، امکان تعیین سقف اعتبار، و رتبه‌بندی اعتباری را فراهم می‌کند و در نتیجه، ریسک اعتباری را به‌طور چشمگیری کاهش می‌دهد.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش، موارد زیر پیشنهاد می‌شود:

- (۱) در مدل‌های اعتبارسنجی، توجه به شاخص‌های اجتماعی-اقتصادی در کنار شاخص‌های مالی و اعتباری از اهمیت فرایندهای برخوردار است. این شاخص‌های اطلاعات ارزشمندی را درباره پایداری مالی و رفتار اعتباری افراد ارائه می‌دهند. با توجه به این موضوع، استفاده از مدل‌های اعتباری به‌جای وثیقه‌محوری در پرداخت تسهیلات باید به حداقل برسد. این رویکرد، ضمن افزایش دسترسی به منابع مالی برای افراد و کسب‌وکارهای فاقد وثیقه کافی، به کاهش ریسک نکول و تخصیص بهینه منابع نیز کمک می‌کند.
- (۲) سامانه‌های جامع اعتبارسنجی باید با سرعت بیشتری به‌هم متصل شوند تا در دسترس بانک‌ها و مؤسسات اعتبارسنجی قرار گیرند.
- (۳) با توجه به پیچیدگی‌های روزافزون اقتصاد و نیاز به مدیریت ریسک دقیق‌تر، استفاده از مدل‌های به‌روز و هوش مصنوعی در سنجش اعتبار نظام بانکی ضروری است.
- (۴) سیستم‌های سنتی سنجش اعتبار، پاسخ‌گوی نیازهای امروز نیستند؛ استفاده از هوش مصنوعی می‌تواند به بهبود عملکرد این سیستم‌ها کمک کند. بنابراین، بانک‌ها باید با سرمایه‌گذاری در فناوری و آموزش نیروی انسانی، زمینه را برای استفاده مؤثر از هوش مصنوعی در سنجش اعتبار فراهم کنند.

۵) برای حفظ دقت و اعتبار شبکه بیزی، لازم است متغیرها و روابط آن‌ها به‌طور مستمر با استفاده از جدیدترین یافته‌های علمی و نظرات متخصصان بهروزرسانی شوند.

فهرست منابع

- Anastasiou, D., Louri, H., & Tsionas, M. (2016). Determinants of non-performing Loans: Evidence from Euro-area countries. *International Journal of Finance and Economics*, 18(C): 116-119.
- Abid, L., Masmoudi, A., & Zouari-Ghorbel, S. (2016). The consumer loans payment default predictive model: An application of the logistic regression and the dis- criminant analysis in a tunisian commercial bank. *Journal of the Knowledge Econ- omy*, 1-15.
- Altman, E. I. (1968). Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of cor- porate bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4): 589-609.
- Anginer, D., Demirguc-Kunt, A., & Zhu, M. (2014). How does competition Affect Bank Systemic Risk? *Journal of Financial Intermediation*, 23: 1-26.
- Hamerle, A., Liebig, T. & Rosch, D. (2003). Credit risk factor modeling and the Basel II IRB approach banking and financial supervision, 2(02/2003).
- Baesens, B., & Smedts, K. (2023). Boosting credit risk models. *Journal of the British Accounting Review*. Published by Elsevier Ltd.
- Bakhtiar, M., Moayedfar, R., Vaez Barzani, M., & Mojab, R. (2022). Investigating the three dimensions of credit risk of banks in Iran with an emphasis on the geographical location of the enterprise. *Quarterly Journal of The Economic Research (Sustainable Growth and Development)*, 23(1): 221-247 (in Persian).
- Beck, R., Jakubik, P., & Piloiu, A. (2015). Key determinants of non-performing loans: New evidence from a global sample. *Open Economies Review*, 26(3): 525-550.
- Bijak, K., & Thomas, L. C. (2012). Does segmentation always improve model performance in credit scoring? *Expert Systems with Applications*, 39(3): 2433-2442.

- Cheng, J., R., Greiner, J., Kelly, D.A. Bell, & W. Liu. (2002). Learning Bayesian networks from data: An information theory based approach. *Artificial Intelligence*, 137: 43- 90.
- Espinoza, R., & Prasad, A. (2010). Nonperforming loans in the GCC banking system and their macroeconomic effects. *Working Paper 224: International Monetary Fund*.
- García, V., Marqués, A. I., & Sánchez, J. S. (2015). An insight into the experimental design for credit risk and corporate bankruptcy prediction systems. *Journal of Intelligent Information Systems*, 44(1): 159–189.
- Ghosh, A. (2015). Banking-industry specific and regional economic determinants of non-performing loans: Evidence from US states. *Journal of Financial Stability*, 20: 93-104.
- Heckerman, D, Geiger, D & Chickering, D. M. (1995). Learning BNs: The combination of knowledge and statistical data. *Machine Learning*, 20: 197-243.
- Hand, D. J., & Henley, W. E. (1997). Statistical classification methods in consumer credit scoring: A review. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A*, 160(3): 523–541.
- Harris, T. (2015). Credit scoring using the clustered support vector machine. *Expert Systems with Applications*, 42(2): 741–750.
- Jeyhoonipour, M., Azami, S., & Delangizan, S., (2025). Modeling and identification of causal relationships between the main factors of credit risk in the banking system using the Dematel decision making technique, *The Journal of Economic Policy*, 17(33): 180-211(in Persian).
- Jimenez, G., & Saurina, J. (2006). Credit cycles, credit risk, and prudential regulation. *International Journal of Central Banking*, 2(2): 65-98.
- Karadima, M., & Louri, H. (2021). Determinants of non-performing loans in Greece: The intricate role of fiscal expansion. Hellenic Observatory Papers on Greece and Southeast Europe. *Greese Paper*, No. 160.
- Kauko, K. (2012). External deficits and non-performing loans in the recent financial crisis. *Economics Letters*, 115: 196-199.
- Keshavarz hadad, GH., & Ayati Gazar, H. (2007). Comparison between regression and classification trees logit model and in the process of credit

- scoring for individual customers of a bank. *Quarterly Journal of The Economic Research (Sustainable Growth and Development)*, 7(4): 71-97. (in Persian).
- Kick, T., & Prieto, E. (2015). Bank risk taking and competition: Evidence from regional banking markets. *Review of Finance*, 19(3): 1185-1222.
- Klein, N. (2013). Non-performing Loans in CESEE: Determinants and Impact on Macroeconomic Performance. *IMF Working Paper*, 01, 27.
- Koju, L., Koju, R., & Wang, S. (2018). Macroeconomic and bank-specific determinants of non-performing loans: Evidence from Nepalese banking system. *Journal of Central Banking Theory and Practice*, 3: 111-138.
- Koller, D. & N. Friedman. (2010). Probabilistic graphical models: Principles and techniques. *Cambridge, MA/London, England, The MIT Press*.
- Leong, C. K. (2016). Credit risk scoring with Bayesian network models. *Computational Economics*, 47(3): 423–446.
- Lessmann, S., Baesens, B., Seow, H.-V., & Thomas, L. C. (2015). Benchmarking state-of-the-art classification algorithms for credit scoring: An update of re- search. *European Journal of Operational Research*, 247(1): 124–136.
- Louzada, F., Ara, A., & Fernandes, G. B. (2016). Classification methods applied to credit scoring: systematic review and overall comparison. *Surveys in Operations Research and Management Science*.
- Louzis, D., Vouldis., A., & Metaxas, V. (2012). Macroeconomic and bankspecific determinants of Npls in Greece: A Comparative study of mortgage, business and consumer loan portfolios. *Journal of Banking and Finance*, 36: 1012-1027.
- Makri, V., Tsagkanos, A., & Bellas, A. (2014). Determinants of non- performing loans: The case of Eurozone. *Panoeconomicus*, 61(2): 193-206.
- Mancisidor, R, A., Kampffmeyer, M., Aas, K., & Jenssen, R. (2022). Generating customer's credit behavior with deep generative models. *Journal of Knowledge-Based Systems*, 245.
- Margaritis, D. (2003). *Learning bayesian network model structure from data* (PhD Thesis of CMU-CS :03-153).

- Masmoudi, Kh., Abid, L., & Masmoudi, A. (2019). Credit risk modeling using Bayesian network with a latent variable. *Expert Systems with Applications*, 127: 157–166.
- Mehrara, M., Mosaei, M., Tasavori, M., & Hasanzadeh, A. (2011). Credit ranking of persian bank legal customers. *Quarterly Journal of The Economic Modeling*, 3(3): 121-150. (in Persian).
- Mehrara, M., Mohamadi, F., & Jadidzadeh, A. (2024). Credit risk management for enhancing facilities allocation to bank customers. *Quarterly Journal of monetary and banking research*, 17(61): 477-497 (in Persian).
- Nkusu, M. M. (2011). Nonperforming loans and macrofinancial vulnerabilities in advanced economies. *International Monetary Fund*.
- Ozturk, H., Namli, E., & Erdal, H.I. (2016). Modelling sovereign credit ratings: The accuracy of models in a heterogeneous sample. *Economic Modelling*, 54: 469-478.
- Pearl, J. (1988). Morgan Kaufmann series in representation and reasoning. *probabilistic reasoning in intelligent systems: Networks of plausible inference*.
- Podpiera J., & Weill, L. (2008). Bad Luck or Bad Management? emerging banking market experience. *Journal of Financial Stability*, 4: 135-148.
- Rinaldi, L., & Sanchis-Arellano, A. (2006). Household debt sustainability: what explains household non-performing loans? An empirical analysis. *Working Paper No. 570, European Central Bank*.
- Sucar, L.E. & Martinez-Arroyo, M. (1998). Interactive structural learning of bayesian networks. *Expert Systems with Applications*, 15(3-4): 325-332.
- Tari, F., Ebrahimi, S. A., Mosavi, S. J., & Kalantari, M. (2017). Comparison of neural network, genetic algorithm and logit models in evaluating customers' credit risk. *Quarterly Journal of monetary and banking research*, 10(34): 657-680 (in Persian).
- Tavana, M., Abtahi, A.-R., Di Caprio, D., & Poortarigh, M. (2018). An artificial neural network and Bayesian network model for liquidity risk assessment in banking. *Neurocomputing*, 275: 2525–2554.

- Thomas, L. C., Edelman, D., & Crook, J. (2002). Credit scoring and its applications: Siam monographs on mathematical modeling and computation. *Philadelphia: Uni-versity City Science Center, SIAM.*
- Tomczak, J. M., & Zieba, M. (2015). Classification restricted Boltzmann machine for comprehensible credit scoring model. *Expert Systems with Applications*, 42(4): 1789–1796.
- Vithessonthi, C. (2016). Deflation, bank credit growth, and non-performing loans: Evidence from Japan. *International Review of Financial Analysis*, 45: 295-305.
- Wang, Y., Zhang, Y., Lu, Y & Yu, X. (2020). A comparative assessment of credit risk model based on machine learning: A case study of bank loan data. *Procedia Computer Science*, 174: 141-149.
- Yurttadur, M, Celiktaş, E & Celiktaş, E. (2019). The place of non-performing loans in the Turkish banking sector. *Procedia Computer Science*, 158: 766-771.
- Zhao, Z., Xu, S., Kang, B. H., Kabir, M. M. J., Liu, Y., & Wasinger, R. (2015). Investigation and improvement of multi-layer perceptron neural networks for credit scoring. *Expert Systems with Applications*, 42(7): 3508-3516.

پیوست‌ها

الف-۱. مقادیر موردنظر توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والدهای آن در سناریوی یک

ردیف	$P_a(X_1; X_2; X_8; X_{11}; X_{12}; X_{13}; X_{14})/X_{15}$	نکول $(X_{15} = 1)$	افتاده $(X_{15} = 2)$	نفتاده $(X_{15} = 2)$	اتفاق نکول
1	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.65740741	0.34259259		
2	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.48000000	0.52000000		
3	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.69669670	0.30330330		
4	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.60176991	0.39823009		
5	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.73188406	0.26811594		
6	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.58823529	0.41176471		
7	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.68852459	0.31147541		
8	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.64285714	0.35714286		
9	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.72538860	0.27461140		
10	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.59259259	0.40740741		
11	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.72222222	0.27777778		
12	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 3, X_{11} = 1, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.47826087	0.52173913		
13	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.72903226	0.27096774		
14	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.60000000	0.40000000		
15	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.57870370	0.42129630		
16	$P(X_1=2, X_2 = 2, X_8 = 1, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.49230769	0.50769231		
17	$P(X_1=1, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.67695962	0.32304038		
18	$P(X_1=2, X_2 = 1, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.53642384	0.46357616		
19	$P(X_1=1, X_2 = 2, X_8 = 2, X_{11} = 2, X_{12} = 1, X_{13} = 1, X_{14} = 1)$	0.63157895	0.36842105		

0.36000000	0.64000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	20
0.36500000	0.63500000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	21
0.66000000	0.34000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	22
0.30303030	0.69696970	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	23
0.40000000	0.60000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	24
0.41558442	0.58441558	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	25
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	26
0.39370079	0.60629921	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	27
0.66666667	0.33333333	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	28
0.43347639	0.56652361	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	29
0.56626506	0.43373494	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	30
0.34586466	0.65413534	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	31
0.59375000	0.40625000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	32
0.51282051	0.48717949	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	33
0.72340426	0.27659574	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	34
0.43750000	0.56250000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	35
0.75000000	0.25000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 1)$	36
0.23639191	0.76360809	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	37
0.42408377	0.57591623	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	38
0.24944812	0.75055188	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	39
0.40000000	0.60000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	40
0.33898305	0.66101695	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	41
0.60000000	0.40000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	42
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	43

		= 1) P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	
0.71428571	0.28571429	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	44
0.42857143	0.57142857	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	45
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	46
0.33333333	0.66666667	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	47
--	--	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	48
0.31042654	0.68957346	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	49
0.46666667	0.53333333	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	50
0.34962406	0.65037594	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	51
0.40540541	0.59459459	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	52
0.28287293	0.71712707	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	53
0.46402878	0.53597122	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	54
0.27976190	0.72023810	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	55
0.43697479	0.56302521	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	56
0.50000000	0.50000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	57
--	--	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	58
0.25000000	0.75000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	59
0.50000000	0.50000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	60
0.76470588	0.23529412	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	61
0.92307692	0.07692308	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	62
0.44444444	0.55555556	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	63
0.75000000	0.25000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	64
0.61764706	0.38235294	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	65
0.88888889	0.11111111	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)	66

0.58823529	0.41176471	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	67
0.75000000	0.25000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	68
0.54611650	0.45388350	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	69
0.70676692	0.29323308	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	70
0.55760369	0.44239631	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	71
0.74324324	0.25675676	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 1)$	72
0.21568627	0.78431373	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	73
0.52941176	0.47058824	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	74
0.27102804	0.72897196	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	75
0.42857143	0.57142857	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	76
0.31468531	0.68531469	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	77
0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	78
0.36619718	0.63380282	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	79
0.55555556	0.44444444	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	80
0.27777778	0.72222222	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	81
0.55555556	0.44444444	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	82
0.25000000	0.75000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	83
0.25000000	0.75000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	84
0.28000000	0.72000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	85
0.25000000	0.75000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	86
0.39583333	0.60416667	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	87
0.61111111	0.38888889	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	88
0.37704918	0.62295082	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	89
0.63888889	0.36111111	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)$	90

		= 1) P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	
0.28070175	0.71929825	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	91
0.50000000	0.50000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	92
0.25454545	0.74545455	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	93
0.30769231	0.69230769	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	94
0.40000000	0.60000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	95
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	96
0.30000000	0.70000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	97
0.66666667	0.33333333	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	98
0.28888889	0.71111111	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	99
0.63636364	0.36363636	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	100
0.38961039	0.61038961	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	101
0.67857143	0.32142857	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	102
0.37500000	0.62500000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	103
0.83333333	0.16666667	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	104
0.47169811	0.52830189	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	105
0.66666667	0.33333333	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	106
0.42105263	0.57894737	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 1)	107
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	108
0.26162791	0.73837209	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	109
0.44827586	0.55172414	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	110
0.26771654	0.73228346	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	111
0.32352941	0.67647059	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	112
0.47058824	0.52941176	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	113

0.80000000	0.20000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	114
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	115
0.66666667	0.33333333	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	116
0.33333333	0.66666667	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	117
--	--	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	118
0.00000000	1.00000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	119
--	--	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	120
0.37719298	0.62280702	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	121
0.47368421	0.52631579	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	122
0.34831461	0.65168539	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	123
0.54166667	0.45833333	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	124
0.31782946	0.68217054	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	125
0.37681159	0.62318841	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	126
0.24242424	0.75757576	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	127
0.47058824	0.52941176	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	128
0.42857143	0.57142857	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	129
--	--	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	130
--	--	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	131
--	--	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	132
1.00000000	0.00000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	133
0.00000000	1.00000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	134
1.00000000	0.00000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	135
--	--	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	136
0.66666667	0.33333333	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)$	137

		= 1) P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	
0.80000000	0.20000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	138
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	139
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	140
0.46078431	0.53921569	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	141
0.83333333	0.16666667	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	142
0.55102041	0.44897959	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	143
0.86363636	0.13636364	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 1)	144
0.41463415	0.58536585	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	145
0.45454545	0.54545455	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	146
0.32967033	0.67032967	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	147
0.58333333	0.41666667	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	148
0.29078014	0.70921986	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	149
0.45762712	0.54237288	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	150
0.27710843	0.72289157	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	151
0.43750000	0.56250000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	152
0.38983051	0.61016949	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	153
0.37500000	0.62500000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	154
0.11111111	0.88888889	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	155
0.33333333	0.66666667	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	156
0.28571429	0.71428571	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	157
0.42857143	0.57142857	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	158
0.39682540	0.60317460	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	159
0.42105263	0.57894737	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)	160

0.38016529	0.61983471	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	161
0.42222222	0.57777778	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	162
0.31666667	0.68333333	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	163
0.25000000	0.75000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	164
0.41463415	0.58536585	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	165
0.27777778	0.72222222	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	166
0.38888889	0.61111111	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	167
0.60000000	0.40000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	168
0.29411765	0.70588235	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	169
0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	170
0.33333333	0.66666667	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	171
0.45454545	0.54545455	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	172
0.48780488	0.51219512	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	173
0.70000000	0.30000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	174
0.48275862	0.51724138	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	175
0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	176
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	177
0.66666667	0.33333333	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	178
0.61538462	0.38461538	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	179
0.33333333	0.66666667	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 1)$	180
0.30817610	0.69182390	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	181
0.43283582	0.56716418	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	182
0.28571429	0.71428571	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	183
0.40000000	0.60000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	184

		= 1) P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	
0.50000000	0.50000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	185
---	---	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	186
0.20000000	0.80000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	187
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	188
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	189
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	190
---	---	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	191
---	---	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	192
0.35937500	0.64062500	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	193
0.55555556	0.44444444	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	194
0.34722222	0.65277778	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	195
0.50000000	0.50000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	196
0.25984252	0.74015748	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	197
0.44705882	0.55294118	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	198
0.31506849	0.68493151	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	199
0.56250000	0.43750000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	200
0.75000000	0.25000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	201
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	202
---	---	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	203
---	---	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	204
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	205
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	206
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)	207

1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	208
0.64285714	0.35714286	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	209
0.71428571	0.28571429	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	210
0.75000000	0.25000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	211
--	--	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	212
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	213
0.78947368	0.21052632	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	214
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	215
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 1)$	216
0.53048780	0.46951220	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	217
0.65625000	0.34375000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	218
0.46288210	0.53711790	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	219
0.61728395	0.38271605	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	220
0.54430380	0.45569620	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	221
0.68181818	0.31818182	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	222
0.49315068	0.50684932	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	223
0.64864865	0.35135135	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	224
0.57792208	0.42207792	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	225
0.69444444	0.30555556	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	226
0.46666667	0.53333333	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	227
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	228
0.61475410	0.38524590	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	229
0.72222222	0.27777778	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	230
0.57954545	0.42045455	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)$	231

		= 2) P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	
0.67391304	0.32608696	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	232
0.56896552	0.43103448	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	233
0.62068966	0.37931034	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	234
0.55725191	0.44274809	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	235
0.69047619	0.30952381	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	236
0.60795455	0.39204545	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	237
0.76470588	0.23529412	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	238
0.61403509	0.38596491	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	239
0.70588235	0.29411765	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	240
0.76744186	0.23255814	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	241
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	242
0.60416667	0.39583333	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	243
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	244
0.62318841	0.37681159	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	245
0.76000000	0.24000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	246
0.52380952	0.47619048	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	247
0.60000000	0.40000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	248
0.70329670	0.29670330	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	249
0.70000000	0.30000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	250
0.81818182	0.18181818	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	251
0.88888889	0.11111111	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 1, X14 = 2)	252
0.29012346	0.70987654	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	253
0.46969697	0.53030303	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	254

0.30444965	0.69555035	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	255
0.63043478	0.36956522	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	256
0.53465347	0.46534653	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	257
0.80952381	0.19047619	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	258
0.47368421	0.52631579	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	259
0.78571429	0.21428571	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	260
0.34615385	0.65384615	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	261
0.62500000	0.37500000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	262
0.45454545	0.54545455	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	263
0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	264
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	265
0.61363636	0.38636364	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	266
0.54545455	0.45454545	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	267
0.62711864	0.37288136	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	268
0.59141274	0.40858726	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	269
0.65775401	0.34224599	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	270
0.57816377	0.42183623	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	271
0.67500000	0.32500000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	272
0.64432990	0.35567010	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	273
0.70642202	0.29357798	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	274
0.56862745	0.43137255	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	275
0.58333333	0.41666667	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	276
--	--	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	277
--	--	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)$	278

		= 2) P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	279
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	280
0.73529412	0.26470588	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	281
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	282
0.80555556	0.19444444	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	283
0.92857143	0.07142857	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	284
0.70382166	0.29617834	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	285
0.74863388	0.25136612	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	286
0.62254902	0.37745098	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	287
0.78048780	0.21951220	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 1, X14 = 2)	288
0.40322581	0.59677419	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	289
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	290
0.54385965	0.45614035	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	291
0.61111111	0.38888889	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	292
0.57142857	0.42857143	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	293
0.60000000	0.40000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	294
0.72222222	0.27777778	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	295
0.45454545	0.54545455	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	296
0.64705882	0.35294118	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	297
0.45454545	0.54545455	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	298
0.41176471	0.58823529	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	299
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	300
0.51351351	0.48648649	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)	301

0.71428571	0.28571429	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	302
0.43902439	0.56097561	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	303
0.60000000	0.40000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	304
0.66346154	0.33653846	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	305
0.70588235	0.29411765	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	306
0.47058824	0.52941176	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	307
0.64285714	0.35714286	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	308
0.48936170	0.51063830	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	309
0.73684211	0.26315789	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	310
0.64705882	0.35294118	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	311
0.66666667	0.33333333	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	312
0.71428571	0.28571429	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	313
0.33333333	0.66666667	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	314
0.69565217	0.30434783	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	315
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	316
0.66666667	0.33333333	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	317
0.90909091	0.09090909	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	318
0.55000000	0.45000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	319
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	320
0.75000000	0.25000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	321
0.76923077	0.23076923	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	322
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	323
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 2, X14 = 2)$	324
0.29299363	0.70700637	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	325

		= 2)	
0.41176471	0.58823529	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	326
0.28472222	0.71527778	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	327
0.33333333	0.66666667	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	328
0.46428571	0.53571429	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	329
0.50000000	0.50000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	330
0.38461538	0.61538462	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	331
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	332
0.57142857	0.42857143	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	333
--	--	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	334
0.00000000	1.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	335
0.00000000	1.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	336
0.30769231	0.69230769	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	337
0.23076923	0.76923077	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	338
0.51219512	0.48780488	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	339
0.69230769	0.30769231	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	340
0.56218905	0.43781095	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	341
0.73333333	0.26666667	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	342
0.47311828	0.52688172	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	343
0.66666667	0.33333333	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	344
0.68367347	0.31632653	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	345
0.66666667	0.33333333	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	346
0.45312500	0.54687500	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	347
0.61904762	0.38095238	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)	348

1.00000000	0.00000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	349
---	---	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	350
0.66666667	0.33333333	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	351
---	---	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	352
0.60000000	0.40000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	353
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	354
1.00000000	0.00000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	355
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	356
0.68686869	0.31313131	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	357
0.79591837	0.20408163	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	358
0.68750000	0.31250000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	359
0.75000000	0.25000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 2, X14 = 2)$	360
0.50000000	0.50000000	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	361
0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	362
0.52830189	0.47169811	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	363
0.60869565	0.39130435	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	364
0.58653846	0.41346154	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	365
0.47826087	0.52173913	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	366
0.67647059	0.32352941	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	367
0.54545455	0.45454545	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	368
0.53846154	0.46153846	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	369
0.63636364	0.36363636	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	370
0.36363636	0.63636364	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	371
0.66666667	0.33333333	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	372

		= 2)	
0.60975610	0.39024390	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	373
0.75000000	0.25000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	374
0.54901961	0.45098039	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	375
0.72727273	0.27272727	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	376
0.63392857	0.36607143	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	377
0.61904762	0.38095238	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	378
0.55555556	0.44444444	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	379
0.70000000	0.30000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	380
0.67500000	0.32500000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	381
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	382
0.71428571	0.28571429	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	383
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	384
0.30000000	0.70000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	385
0.50000000	0.50000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	386
0.70588235	0.29411765	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	387
0.61538462	0.38461538	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	388
0.68292683	0.31707317	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	389
0.28571429	0.71428571	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	390
0.70588235	0.29411765	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	391
0.80000000	0.20000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	392
0.69565217	0.30434783	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	393
0.87500000	0.12500000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	394
0.50000000	0.50000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)	395

0.50000000	0.50000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 1, X13 = 3, X14 = 2)$	396
0.29411765	0.70588235	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	397
0.60000000	0.40000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	398
0.27358491	0.72641509	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	399
0.40000000	0.60000000	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	400
0.73076923	0.26923077	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	401
0.00000000	1.00000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	402
0.54545455	0.45454545	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	403
0.33333333	0.66666667	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	404
0.33333333	0.66666667	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	405
1.00000000	0.00000000	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	406
0.57142857	0.42857143	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	407
---	---	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 1, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	408
0.55555556	0.44444444	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	409
0.68181818	0.31818182	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	410
0.60000000	0.40000000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	411
0.76470588	0.23529412	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	412
0.61691542	0.38308458	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	413
0.74074074	0.25925926	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	414
0.61616162	0.38383838	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	415
0.67857143	0.32142857	$P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	416
0.54629630	0.45370370	$P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	417
0.62962963	0.37037037	$P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	418
0.59375000	0.40625000	$P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)$	419

		= 2)	
0.77777778	0.22222222	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 2, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	420
---	---	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	421
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	422
---	---	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	423
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 1, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	424
0.80000000	0.20000000	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	425
0.75000000	0.25000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	426
1.00000000	0.00000000	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	427
1.00000000	0.00000000	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 2, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	428
0.69892473	0.30107527	P(X1=1, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	429
0.76000000	0.24000000	P(X1=2, X2 = 1, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	430
0.67441860	0.32558140	P(X1=1, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	431
0.73076923	0.26923077	P(X1=2, X2 = 2, X8 = 3, X11 = 3, X12 = 2, X13 = 3, X14 = 2)	432

الف-۲. مقادیر موردنانتظار توزیع احتمال متغیر نکول مشروط به ترکیبی از مقادیر والدهای آن در سناریوی دو

ردیف	$P_a(X_2; X_8; X_{11}; X_{12}; X_{13}; X_{14})/X_{15}$	نکول اتفاق نیفتاده ($X_{15} = 1$)	نکول اتفاق افتاده ($X_{15} = 2$)
1	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6240602	0.3759398
2	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6726457	0.3273543
3	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6980609	0.3019391
4	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6783439	0.3216561
5	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6963563	0.3036437
6	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6631579	0.3368421
7	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6952381	0.3047619
8	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5587189	0.4412811
9	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6398601	0.3601399
10	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6332046	0.3667954
11	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5760000	0.4240000
12	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6790123	0.3209877
13	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4951456	0.5048544
14	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5500000	0.4500000
15	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5316456	0.4683544
16	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6060606	0.3939394
17	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4384236	0.5615764
18	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4705882	0.5294118
19	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.7206235	0.2793765
20	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.7159864	0.2840136
21	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6231884	0.3768116
22	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4482759	0.5517241
23	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5454545	0.4545455
24	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6666667	0.3333333
25	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6517056	0.3482944
26	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6382353	0.3617647
27	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6745562	0.3254438
28	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6902087	0.3097913
29	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.5000000	0.5000000
30	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.6666667	0.3333333
31	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.1666667	0.8333333
32	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4333333	0.5666667
33	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.2884615	0.7115385
34	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.3809524	0.6190476
35	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.4146789	0.5853211
36	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=1)$	0.3951890	0.6048110

0.2941176	0.7058824	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=1, X13=2, X14=1)	37
0.2968750	0.7031250	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=1, X13=2, X14=1)	38
0.3519553	0.6480447	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=1, X13=2, X14=1)	39
0.4183673	0.5816327	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=1, X13=2, X14=1)	40
0.3472222	0.6527778	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=1, X13=2, X14=1)	41
0.2500000	0.7500000	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=1, X13=2, X14=1)	42
0.2741935	0.7258065	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=2, X14=1)	43
0.4545455	0.5454545	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=2, X14=1)	44
0.4367089	0.5632911	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=1, X13=2, X14=1)	45
0.3188406	0.6811594	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=1, X13=2, X14=1)	46
0.2647059	0.7352941	P(X2=1, X8=3, X11=2, X12=1, X13=2, X14=1)	47
0.3478261	0.6521739	P(X2=2, X8=3, X11=2, X12=1, X13=2, X14=1)	48
0.3478261	0.6521739	P(X2=1, X8=1, X11=3, X12=1, X13=2, X14=1)	49
0.3571429	0.6428571	P(X2=2, X8=1, X11=3, X12=1, X13=2, X14=1)	50
0.4666667	0.5333333	P(X2=1, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=1)	51
0.4473684	0.5526316	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=1)	52
0.5270270	0.4729730	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=1)	53
0.3636364	0.6363636	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=1)	54
0.3086957	0.6913043	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=2, X14=1)	55
0.2795031	0.7204969	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=2, X13=2, X14=1)	56
0.5454545	0.4545455	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=2, X13=2, X14=1)	57
0.5555556	0.4444444	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=2, X13=2, X14=1)	58
0.3333333	0.6666667	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=2, X13=2, X14=1)	59
0.0000000	1.0000000	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=2, X13=2, X14=1)	60
0.4013158	0.5986842	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=2, X13=2, X14=1)	61
0.3893805	0.6106195	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=2, X13=2, X14=1)	62
0.3302752	0.6697248	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=2, X13=2, X14=1)	63
0.2891566	0.7108434	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=2, X13=2, X14=1)	64
0.4285714	0.5714286	P(X2=1, X8=3, X11=2, X12=2, X13=2, X14=1)	65
---	---	P(X2=2, X8=3, X11=2, X12=2, X13=2, X14=1)	66
0.5000000	0.5000000	P(X2=1, X8=1, X11=3, X12=2, X13=2, X14=1)	67
1.0000000	0.0000000	P(X2=2, X8=1, X11=3, X12=2, X13=2, X14=1)	68
0.7142857	0.2857143	P(X2=1, X8=2, X11=3, X12=2, X13=2, X14=1)	69
1.0000000	0.0000000	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=2, X13=2, X14=1)	70
0.5694444	0.4305556	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=2, X13=2, X14=1)	71
0.6478873	0.3521127	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=2, X13=2, X14=1)	72
0.4230769	0.5769231	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=1, X13=3, X14=1)	73
0.3826087	0.6173913	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=1, X13=3, X14=1)	74
0.3400000	0.6600000	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=1, X13=3, X14=1)	75
0.3030303	0.6969697	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=1, X13=3, X14=1)	76
0.3855422	0.6144578	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=1, X13=3, X14=1)	77

0.1666667	0.8333333	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=1, X13=3, X14=1)	78
0.3142857	0.6857143	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=3, X14=1)	79
0.4024390	0.5975610	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=3, X14=1)	80
0.3915663	0.6084337	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=1, X13=3, X14=1)	81
0.3000000	0.7000000	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=1, X13=3, X14=1)	82
0.3728814	0.6271186	P(X2=1, X8=3, X11=2, X12=1, X13=3, X14=1)	83
0.4347826	0.5652174	P(X2=2, X8=3, X11=2, X12=1, X13=3, X14=1)	84
0.3157895	0.6842105	P(X2=1, X8=1, X11=3, X12=1, X13=3, X14=1)	85
0.3571429	0.6428571	P(X2=2, X8=1, X11=3, X12=1, X13=3, X14=1)	86
0.5446429	0.4553571	P(X2=1, X8=2, X11=3, X12=1, X13=3, X14=1)	87
0.4848485	0.5151515	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=1, X13=3, X14=1)	88
0.5319149	0.4680851	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=1, X13=3, X14=1)	89
0.5263158	0.4736842	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=3, X14=1)	90
0.3451327	0.6548673	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=1)	91
0.3184713	0.6815287	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=1)	92
0.5000000	0.5000000	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=2, X13=3, X14=1)	93
0.1666667	0.8333333	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=2, X13=3, X14=1)	94
1.0000000	0.0000000	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=2, X13=3, X14=1)	95
---	---	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=2, X13=3, X14=1)	96
0.4024390	0.5975610	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=2, X13=3, X14=1)	97
0.3900000	0.6100000	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=2, X13=3, X14=1)	98
0.3067847	0.6932153	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=2, X13=3, X14=1)	99
0.3595506	0.6404494	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=2, X13=3, X14=1)	100
0.8333333	0.1666667	P(X2=1, X8=3, X11=2, X12=2, X13=3, X14=1)	101
---	---	P(X2=2, X8=3, X11=2, X12=2, X13=3, X14=1)	102
1.0000000	0.0000000	P(X2=1, X8=1, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)	103
1.0000000	0.0000000	P(X2=2, X8=1, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)	104
0.6666667	0.3333333	P(X2=1, X8=2, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)	105
0.7500000	0.2500000	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)	106
0.5808824	0.4191176	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)	107
0.5492958	0.4507042	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=2, X13=3, X14=1)	108
0.5510204	0.4489796	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)	109
0.5032258	0.4967742	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)	110
0.5693582	0.4306418	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)	111
0.5245902	0.4754098	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)	112
0.6000000	0.4000000	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)	113
0.5714286	0.4285714	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=1, X13=1, X14=2)	114
0.6392405	0.3607595	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)	115
0.5990991	0.4009009	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)	116
0.5804598	0.4195402	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)	117
0.5895954	0.4104046	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=1, X13=1, X14=2)	118

0.6431718	0.3568282	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	119
0.6351351	0.3648649	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	120
0.7735849	0.2264151	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	121
0.6379310	0.3620690	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	122
0.6595745	0.3404255	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	123
0.5454545	0.4545455	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	124
0.7024793	0.2975207	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	125
0.8333333	0.1666667	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=1, X_{14}=2)$	126
0.3115942	0.6884058	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	127
0.3361522	0.6638478	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	128
0.5819672	0.4180328	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	129
0.5576923	0.4423077	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	130
0.4117647	0.5882353	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	131
0.4615385	0.5384615	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	132
0.5294118	0.4705882	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	133
0.5693069	0.4306931	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	134
0.6050605	0.3949395	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	135
0.6003824	0.3996176	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	136
0.6579477	0.3420523	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	137
0.5714286	0.4285714	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	138
----	----	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	139
0.0000000	1.0000000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	140
0.8043478	0.1956522	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	141
0.8400000	0.1600000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	142
0.7139334	0.2860666	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	143
0.6591337	0.3408663	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=1, X_{14}=2)$	144
0.4583333	0.5416667	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	145
0.5600000	0.4400000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	146
0.5772358	0.4227642	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	147
0.6595745	0.3404255	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	148
0.6000000	0.4000000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	149
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	150
0.5454545	0.4545455	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	151
0.4918033	0.5081967	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	152
0.6739130	0.3260870	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	153
0.5208333	0.4791667	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	154
0.5606061	0.4393939	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	155
0.6500000	0.3500000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	156
0.6470588	0.3529412	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	157
0.7222222	0.2777778	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	158
0.7200000	0.2800000	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=1, X_{13}=2, X_{14}=2)$	159

0.6896552	0.3103448	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)	160
0.7560976	0.2439024	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)	161
0.5833333	0.4166667	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=2, X14=2)	162
0.3045977	0.6954023	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)	163
0.2884615	0.7115385	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)	164
0.4705882	0.5294118	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)	165
0.3333333	0.6666667	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)	166
0.5714286	0.4285714	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)	167
0.0000000	1.0000000	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=2, X13=2, X14=2)	168
0.2884615	0.7115385	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=2, X13=2, X14=2)	169
0.5555556	0.4444444	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=2, X13=2, X14=2)	170
0.6015326	0.3984674	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=2, X13=2, X14=2)	171
0.5166667	0.4833333	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=2, X13=2, X14=2)	172
0.6793893	0.3206107	P(X2=1, X8=3, X11=2, X12=2, X13=2, X14=2)	173
0.4941176	0.5058824	P(X2=2, X8=3, X11=2, X12=2, X13=2, X14=2)	174
1.0000000	0.0000000	P(X2=1, X8=1, X11=3, X12=2, X13=2, X14=2)	175
0.6666667	0.3333333	P(X2=2, X8=1, X11=3, X12=2, X13=2, X14=2)	176
0.6363636	0.3636364	P(X2=1, X8=2, X11=3, X12=2, X13=2, X14=2)	177
1.0000000	0.0000000	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=2, X13=2, X14=2)	178
0.7085020	0.2914980	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=2, X13=2, X14=2)	179
0.7000000	0.3000000	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=2, X13=2, X14=2)	180
0.5000000	0.5000000	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=1, X13=3, X14=2)	181
0.5526316	0.4473684	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=1, X13=3, X14=2)	182
0.5669291	0.4330709	P(X2=1, X8=2, X11=1, X12=1, X13=3, X14=2)	183
0.6444444	0.3555556	P(X2=2, X8=2, X11=1, X12=1, X13=3, X14=2)	184
0.5600000	0.4400000	P(X2=1, X8=3, X11=1, X12=1, X13=3, X14=2)	185
0.4285714	0.5714286	P(X2=2, X8=3, X11=1, X12=1, X13=3, X14=2)	186
0.6326531	0.3673469	P(X2=1, X8=1, X11=2, X12=1, X13=3, X14=2)	187
0.5806452	0.4193548	P(X2=2, X8=1, X11=2, X12=1, X13=3, X14=2)	188
0.6315789	0.3684211	P(X2=1, X8=2, X11=2, X12=1, X13=3, X14=2)	189
0.6071429	0.3928571	P(X2=2, X8=2, X11=2, X12=1, X13=3, X14=2)	190
0.7090909	0.2909091	P(X2=1, X8=3, X11=2, X12=1, X13=3, X14=2)	191
0.7647059	0.2352941	P(X2=2, X8=3, X11=2, X12=1, X13=3, X14=2)	192
0.3750000	0.6250000	P(X2=1, X8=1, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)	193
0.6666667	0.3333333	P(X2=2, X8=1, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)	194
0.6250000	0.3750000	P(X2=1, X8=2, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)	195
0.7272727	0.2727273	P(X2=2, X8=2, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)	196
0.7419355	0.2580645	P(X2=1, X8=3, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)	197
0.5000000	0.5000000	P(X2=2, X8=3, X11=3, X12=1, X13=3, X14=2)	198
0.3263158	0.6736842	P(X2=1, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)	199
0.2892562	0.7107438	P(X2=2, X8=1, X11=1, X12=2, X13=3, X14=2)	200

0.6785714	0.3214286	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	201
0.5000000	0.5000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	202
0.4000000	0.6000000	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	203
0.5714286	0.4285714	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=1, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	204
0.5970149	0.4029851	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	205
0.6491228	0.3508772	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	206
0.6431373	0.3568627	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	207
0.6299213	0.3700787	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	208
0.5629630	0.4370370	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	209
0.6341463	0.3658537	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=2, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	210
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=1, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	211
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=1, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	212
0.7857143	0.2142857	$P(X_2=1, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	213
1.0000000	0.0000000	$P(X_2=2, X_8=2, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	214
0.7118644	0.2881356	$P(X_2=1, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	215
0.6875000	0.3125000	$P(X_2=2, X_8=3, X_{11}=3, X_{12}=2, X_{13}=3, X_{14}=2)$	216

ب. توزیع‌های احتمال شرطی با توجه به نکول پرداخت

ب-۱. توزیع احتمال شرطی X_1 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

$X_1 > 50$	$18 \leq X_1 \leq 50$	سن
•/۱۷۵۵۲۷۷۵۶	•/۸۲۴۴۷۲۲۴۴	$P(X_1/X_{15})$

ب-۲. توزیع احتمال شرطی X_3 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

طبقه شغلی	کارگر	بازنشسته	کارمند	بازاری
•/۲۳۰۹۷۴۷۲۰	•/۱۴۰۰۱۸۲۴۳	•/۲۷۳۳۲۵۵۱۵	•/۲۵۵۶۸۱۵۲۲	•/۳۵۵۶۸۱۵۲۲

ب-۳. توزیع احتمال شرطی X_4 با توجه به نکول پرداخت ($X_{15} = 1$)

تعداد افراد تحت تکفل	صفر	یک نفر	بیش از یک نفر
•/۵۳۲۳۸۲۰۶۹	•/۰۵۳۲۳۸۲۰۶۹	•/۲۵۸۰۷۹۲۲۹	•/۰۲۰۹۵۳۸۷۰۲

ب-۴. توزیع احتمال شرطی X_5 با توجه به نکول پرداخت (1 = X_{15})

شهر محل سکونت	سکونت در کلان شهر	سایر
$P(X_5/X_{15})$	۰/۳۷۳۰۱۲۷۷	۰/۶۲۶۹۸۷۲۳

ب-۵. توزیع احتمال شرطی X_6 با توجه به نکول پرداخت (1 = X_{15})

سطح تحصیلات	تحصیلات دانشگاهی دارد	تحصیلات دانشگاهی ندارد
$P(X_6/X_{15})$	۰/۳۴۵۵۱۷۳۳۱	۰/۶۵۴۴۸۲۶۶۹

ب-۶. توزیع احتمال شرطی X_7 با توجه به نکول پرداخت (1 = X_{15})

وضعیت مالکیت	مالک خانه است	مالک خانه نیست
$P(X_7/X_{15})$	۰/۳۵۸۸۰۸۹۶۵	۰/۶۴۱۱۹۱۰۳۵

ب-۷. توزیع احتمال شرطی X_9 با توجه به نکول پرداخت (1 = X_{15})

مبلغ اعتبار	$X_9 \leq 250$	$X_9 > 250$
$P(X_9/X_{15})$	۰/۶۷۶۷۶۵۷۰۲	۰/۳۲۳۲۳۴۲۹۸

ب-۸. توزیع احتمال شرطی X_{10} با توجه به نکول پرداخت (1 = X_{15})

مدت اعتبار	$X_{10} \leq 12$	$12 < X_{10} \leq 36$	$36 < X_{10} \leq 60$
$P(X_{10}/X_{15})$	۰/۱۸۱۱۹۶۲۴۷	۰/۴۹۲۸۹۸۰۹۷	۰/۳۲۵۹۰۵۶۵۵

**پ-۱. توزیع‌های محتمل‌ترین پروفایل‌هایی که ($X_{15} = 1$) را در سناریوی یک
نتیجه می‌دهند**

X14	X13	X12	X11	X8	X2	X1
1	2	1	2	3	2	2
1	2	1	3	3	2	2
1	2	2	1	3	2	1
1	2	2	3	1	1	2
1	3	2	1	2	2	2
2	1	2	3	1	2	1
2	1	2	3	1	2	2
2	2	2	1	2	2	2
2	2	2	1	3	2	1
2	3	2	1	2	1	2
1	3	1	1	3	2	1
1	3	2	1	2	2	1
1	2	1	1	1	1	1
2	2	2	2	1	1	2
1	1	2	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	1
1	1	2	1	1	2	1
1	1	2	2	3	2	1
1	2	1	1	3	2	1
1	2	1	1	3	2	2
1	2	1	2	1	1	2
1	3	1	2	2	2	2
1	2	1	2	3	1	1
1	3	2	2	2	1	1
1	2	2	1	1	1	1
1	2	2	1	1	2	1
1	1	1	1	2	1	1
1	1	1	2	1	1	1
1	2	1	1	1	2	1
2	3	2	1	1	2	1
1	1	1	1	3	1	1
1	3	1	1	2	2	1
1	1	1	1	3	2	1
1	2	1	1	3	1	1
1	3	1	2	3	1	2
1	1	2	2	2	2	1

1	2	1	2	1	1	1
1	2	1	2	2	2	1
1	1	2	2	2	1	1
2	2	2	1	1	2	1
1	3	1	2	1	1	1
1	3	2	1	1	2	1
2	3	1	3	2	1	2
1	2	1	3	1	2	1
2	1	2	1	1	1	1
1	3	1	1	2	1	1
2	2	2	1	1	1	1
1	3	1	3	1	1	1
2	3	2	1	1	1	1
1	2	1	3	1	1	1
2	3	1	3	1	1	1
1	2	2	1	1	1	1
1	1	1	2	3	2	1
1	1	1	1	1	2	1
2	1	2	1	1	2	1
1	2	1	2	3	1	2
2	2	2	2	1	1	1
1	3	2	1	1	1	1
1	1	2	2	1	1	1
1	1	1	1	2	2	1
1	2	1	1	2	1	1
1	3	2	2	2	2	1
1	3	1	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1	1
1	1	1	2	2	1	1
1	2	2	1	1	2	2
1	3	1	1	3	2	1
1	3	1	3	1	2	1
1	3	1	3	3	2	2
2	2	1	3	1	1	2
2	2	2	1	1	2	2
2	3	2	1	2	2	2
2	3	2	1	3	1	1
1	1	2	1	2	1	1
1	1	1	1	1	1	1

1	1	1	3	2	2	1
2	1	2	1	3	1	1
1	3	2	2	1	2	1
1	2	2	2	1	2	1
1	1	2	2	1	2	1
1	1	1	1	2	2	2
1	3	2	2	1	1	1
1	1	1	2	2	2	2
2	3	1	1	3	2	1
1	1	1	2	3	1	1
1	2	1	1	2	2	1
1	1	1	2	2	2	1
1	2	1	3	2	2	1
1	3	1	1	3	1	2
1	2	2	2	2	1	2
1	2	1	2	2	1	1
1	2	2	2	1	1	1
1	3	1	2	2	1	1
2	2	2	1	2	2	1
1	3	1	2	3	2	1
1	2	1	3	2	1	1
1	3	1	1	3	1	1
1	1	1	3	1	2	1
1	2	1	2	1	2	1
1	3	1	2	1	2	1
1	1	1	1	1	2	2
1	1	1	2	1	2	2
1	2	1	2	3	2	1
1	3	2	1	1	2	2
2	3	2	1	1	2	2
2	2	1	1	1	1	1
1	1	2	2	1	2	2
1	1	1	1	3	1	2
1	1	1	1	2	1	2
2	2	1	1	3	2	1
2	2	2	1	1	1	2
1	3	1	1	1	1	1
1	3	1	2	3	1	1
1	1	1	3	1	1	1

1	2	1	3	3	2	1
1	3	1	2	1	2	2
1	1	1	2	1	2	1
1	3	1	2	2	1	2
1	1	2	1	1	1	2
1	1	2	1	3	1	1
1	2	1	1	1	2	2
1	2	2	2	3	1	1
1	3	1	2	1	1	2
1	3	2	1	1	1	2
1	1	1	3	2	1	1
1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	3	3	2	1
1	3	1	1	2	2	2
2	2	1	2	1	2	1
1	1	2	3	1	2	1
1	3	2	2	2	1	2
1	2	2	1	1	1	2
2	2	2	2	3	2	1
1	3	1	1	1	1	2
1	3	1	3	1	2	2
2	1	2	1	3	2	1
2	2	1	1	2	2	2
2	2	1	1	3	1	2
1	3	1	1	2	1	2
1	2	2	3	3	1	1
2	1	1	1	1	2	1
1	1	1	2	2	1	2
1	1	2	2	2	1	2
2	2	2	1	2	1	1
1	1	2	2	1	1	2
2	1	1	1	3	2	1
2	1	2	1	1	1	2
1	2	2	1	2	1	1
1	2	2	2	2	2	2
2	2	1	2	2	2	1
1	2	1	3	3	1	1
2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	1	1	2
2	1	2	1	2	2	1
2	3	1	1	2	1	2

1	3	1	3	2	2	1
1	3	1	3	2	1	1
2	2	1	2	3	1	1
2	1	1	1	2	2	1
1	1	2	1	2	2	1
1	1	2	2	3	1	1
1	2	1	1	2	1	2
1	2	1	2	2	2	2
1	2	2	1	2	2	1
1	3	1	3	1	1	2
1	3	1	3	2	2	2
1	3	1	3	3	1	1
1	3	2	1	2	1	1
1	3	2	2	1	2	2
1	3	2	3	3	1	1
1	3	2	3	3	2	1
2	1	2	1	3	2	2
2	1	2	2	1	1	1
2	2	1	3	3	2	1
2	2	2	1	2	1	2
2	3	1	1	1	1	1
2	3	1	1	1	1	2
2	3	1	3	1	1	2
2	3	1	3	3	2	1
2	3	1	3	3	2	2
1	1	1	2	1	2	2
2	2	2	2	1	2	1
1	1	1	3	3	1	1
2	2	1	2	1	1	1
1	1	1	1	1	1	2
1	1	1	1	3	2	2
2	1	1	3	2	2	1
2	3	1	1	1	2	1
1	2	1	1	1	1	2
2	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	1
2	3	1	1	3	1	1
1	2	2	2	1	2	2
2	2	1	1	1	2	1
2	1	1	1	1	1	1

2	1	2	2	1	2	1
2	3	1	1	2	2	2
2	3	2	1	2	2	1
1	1	2	3	3	1	1
2	3	2	2	3	1	1
2	3	1	2	1	2	1
2	2	1	3	2	2	1
1	2	2	3	3	2	1
1	2	1	1	2	2	2
1	2	1	1	3	1	2
1	3	2	2	1	1	2
2	3	1	2	2	2	1
2	3	2	2	1	1	1
2	1	1	2	2	2	1
1	1	2	3	3	2	1
2	2	2	2	2	1	1
1	3	2	2	2	2	2
1	1	1	3	2	1	2
2	1	2	2	3	2	1
2	1	1	2	2	1	1
2	2	1	1	2	1	1
2	2	2	1	3	1	1
2	3	2	1	3	2	1
2	1	1	1	3	1	1
2	1	2	2	2	2	1
2	1	1	2	1	2	1
1	3	1	1	1	2	2
2	1	2	2	3	2	2
2	3	1	1	2	1	1
1	1	2	3	2	2	1
2	1	2	2	2	1	1
1	1	1	3	2	2	2
2	3	2	2	3	2	1
1	1	2	1	2	1	2
1	3	1	2	3	2	2
2	1	1	3	2	2	2
2	2	1	1	2	1	2
2	2	2	1	2	2	2
2	3	2	1	1	1	2
2	3	2	2	1	2	1

2	1	1	3	1	2	1
2	1	1	2	3	1	1
2	3	1	1	1	2	2
2	3	1	2	1	1	1
1	2	1	2	1	2	2
2	2	1	1	1	2	2
2	1	2	2	1	1	2
2	1	1	2	3	2	1
2	1	1	2	1	1	1
1	3	1	3	3	2	1
2	3	1	3	1	2	2
2	3	2	2	2	2	1
2	3	2	2	2	1	1
2	1	1	1	1	2	2
1	1	2	3	2	1	1
2	2	2	2	3	2	2
2	3	1	2	2	1	2
2	1	1	2	2	1	2
2	1	2	3	3	2	1
2	1	1	3	2	1	1
2	1	2	1	3	1	2
2	1	2	2	1	2	2
2	3	2	2	3	1	2
2	1	2	1	1	2	2
2	3	1	2	2	1	1
1	2	1	3	1	2	2
2	3	1	1	3	1	2
1	2	1	2	2	1	2
1	3	2	3	2	1	1
2	2	1	2	2	2	2
2	1	2	2	3	1	1
2	2	1	1	3	1	1
2	2	1	2	3	2	1
2	1	1	1	2	2	2
2	1	1	1	1	1	2
2	1	2	2	2	1	2
1	1	1	2	3	1	2
2	2	1	2	2	1	1
1	1	1	3	1	2	2
1	2	1	3	1	1	2
1	2	1	3	3	1	2

1	2	2	1	2	2	2
1	2	2	3	2	1	1
1	3	1	3	3	1	2
2	2	1	2	3	2	2
2	2	1	3	2	1	1
2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	3	1	2
2	2	2	3	1	2	1
2	3	1	1	3	2	2
2	1	1	2	1	2	2
2	3	2	3	3	2	1
2	1	2	2	2	2	2
2	3	1	2	3	1	1
2	3	1	1	2	2	1
1	2	1	3	2	1	2
2	3	2	2	2	2	2
2	1	1	1	2	1	2
2	3	2	2	1	1	2
2	3	1	3	2	1	1
2	2	2	2	3	1	1
2	2	2	3	3	1	1
2	2	2	3	3	2	1
2	1	1	2	2	2	2
2	2	2	2	1	2	2
2	1	1	1	3	1	2
2	2	1	3	1	2	1
2	3	1	3	3	1	1
2	3	2	3	3	1	1
1	3	1	3	2	1	2
2	1	1	3	3	1	2
2	3	1	2	2	2	2
2	1	1	3	3	1	1
2	1	1	3	3	1	1
2	2	1	2	2	1	2
2	3	1	3	1	2	1
2	3	1	3	2	2	1
2	1	2	2	3	1	2
1	1	2	3	3	1	2
1	1	2	1	2	2	2
1	3	2	3	2	1	2

2	2	1	2	1	1	2
2	2	1	3	1	1	1
2	3	1	2	3	2	1
2	1	1	2	1	1	2
2	2	1	1	2	2	1
1	1	1	3	3	1	2
2	3	1	2	1	2	2
2	3	2	1	2	1	1
2	3	2	3	3	2	2
2	2	2	2	2	1	2
2	1	2	3	2	1	1
2	2	1	2	3	1	2
2	3	2	2	2	1	2
1	1	2	3	3	2	2
2	1	2	3	3	1	2
1	1	1	3	3	2	2
1	1	2	3	1	2	2
1	1	2	3	2	2	2
1	3	2	2	3	1	1
1	3	2	3	2	2	1
2	2	1	3	3	1	1
2	2	2	3	3	2	2
2	3	1	2	1	1	2
2	3	2	3	2	1	2
2	1	1	3	2	1	2
2	3	2	3	3	1	2
1	1	2	3	1	1	1
2	1	1	2	3	1	2
2	3	2	2	1	2	2
2	1	1	3	1	1	1
1	1	1	3	1	1	2
1	3	2	3	3	2	2
2	2	1	3	1	2	2
2	2	1	3	3	1	2
2	3	2	2	3	2	2
2	1	2	3	3	2	2
2	1	2	1	2	2	2
1	3	2	3	3	1	2
2	2	2	3	3	1	2
1	2	2	1	2	1	2
1	2	2	3	2	1	2

2	1	1	3	1	1	2
2	1	1	3	1	2	2
2	2	1	1	1	1	2
2	3	1	2	3	1	2
2	3	1	3	2	2	2
2	3	2	3	2	1	1
2	1	2	3	2	2	1
2	1	2	1	2	1	2
2	1	1	3	3	2	1
1	2	1	3	2	2	2
1	2	2	3	3	1	2
1	2	2	3	3	2	2
2	3	1	3	3	1	2
1	1	2	3	2	1	2
2	1	1	3	3	2	2
2	2	1	3	2	1	2
1	1	2	3	1	1	2
2	1	2	3	2	2	2
1	1	2	1	3	1	2
1	2	2	3	1	1	1
1	2	2	3	2	2	1
1	2	2	3	2	2	2
1	3	2	1	3	1	1
1	3	2	1	3	1	2
1	3	2	2	3	1	2
1	3	2	3	1	1	1
1	3	2	3	1	1	2
1	3	2	3	1	2	1
1	3	2	3	1	2	2
2	1	1	1	3	2	2
2	1	2	3	2	1	2
2	2	1	1	3	2	2
2	2	1	3	3	2	2
2	2	2	3	1	1	1
2	2	2	3	2	1	2
2	2	2	3	2	2	1
2	3	1	2	3	2	2
2	3	2	1	3	1	2

2	3	2	3	1	1	2
2	3	2	3	1	2	2
2	3	2	3	2	2	1
2	3	2	3	2	2	2

پ-۲. توزیع‌های محتمل ترین پروفایل‌هایی که ($X_{15} = 1$) را در سناریوی دو نتیجه می‌دهند

X14	X13	X12	X11	X8	X2
1	2	2	1	3	2
2	1	2	3	1	2
2	2	2	1	3	2
1	3	1	1	3	2
1	3	2	1	2	2
1	2	1	1	3	2
1	2	1	2	3	1
1	2	1	2	1	1
1	1	2	1	1	1
1	2	2	1	1	2
1	1	2	1	1	2
2	2	2	1	1	2
2	2	2	2	1	1
1	2	2	2	2	2
2	3	2	1	1	2
1	2	1	1	1	1
1	2	1	1	1	2
1	3	1	2	2	2
1	1	1	1	2	1
1	3	1	1	2	2
1	1	1	1	3	1
2	2	2	1	1	1
1	1	1	2	1	1
1	3	2	2	2	1
1	2	2	1	1	1
1	1	2	2	2	2
2	1	2	1	1	1
1	3	1	2	1	1
1	3	1	3	1	1
1	3	2	1	1	2

1	2	1	2	2	2
1	1	1	2	3	2
1	1	1	1	2	2
1	1	2	2	2	1
2	3	2	1	1	1
1	1	1	1	1	2
1	2	2	2	2	1
1	1	2	1	3	2
1	1	2	2	3	2
1	2	2	1	3	1
2	2	2	1	2	2
2	1	2	1	1	2
1	1	1	1	3	2
1	3	1	1	2	1
1	3	2	1	1	1
1	2	1	1	3	1
1	2	1	2	3	2
1	2	1	3	1	1
1	1	2	2	1	1
1	2	1	1	2	1
1	2	1	3	1	2
1	3	1	3	1	2
1	3	2	2	2	2
1	1	1	2	2	1
1	1	2	2	1	2
1	2	1	3	3	2
1	1	1	2	2	2
1	3	1	2	3	1
2	3	1	3	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	2	1	2	1
1	3	1	1	1	2
1	3	1	1	3	1
1	2	2	2	1	2
1	3	2	2	1	2
1	3	1	2	2	1
1	1	1	3	2	2
2	3	2	1	3	1
1	2	2	2	1	1
1	3	1	2	1	2
1	2	2	2	1	1
1	3	2	2	1	1
1	3	1	2	1	2
1	1	1	3	2	2
2	3	2	1	3	1
1	2	1	3	3	1
1	1	1	2	2	2
1	3	1	1	1	2
1	3	1	1	3	1
1	2	2	2	1	2
1	3	2	2	1	2
1	3	1	2	2	1
1	1	1	3	2	2
2	3	2	1	3	1
1	2	2	2	1	1
1	3	1	2	1	2
1	2	2	2	1	1
1	3	2	2	1	1
1	3	1	2	1	2
1	1	1	3	2	1

2	1	2	1	3	1
1	2	1	1	2	2
1	3	1	1	1	1
1	1	1	2	3	1
1	2	2	2	3	1
2	3	1	1	3	2
1	3	1	2	3	2
1	2	1	2	2	1
1	1	1	2	1	2
1	2	1	3	2	2
1	1	1	3	1	2
1	1	2	1	3	1
1	2	1	2	1	2
2	2	1	1	1	1
2	1	2	1	3	2
1	2	1	3	2	1
1	1	1	3	2	1
2	2	2	1	2	1
1	3	1	3	2	2
2	2	1	2	1	2
2	2	2	2	3	2
1	1	2	2	3	1
1	2	2	3	1	1
1	3	2	1	2	1
2	2	1	1	3	2
2	3	1	1	1	1
2	3	1	3	3	2
2	3	2	1	2	2
2	1	1	1	1	2
1	1	1	3	1	1
2	2	2	2	2	2
2	2	1	2	2	2
2	1	1	1	2	2
1	3	1	3	3	2
1	2	1	3	3	1
1	1	1	3	3	2
2	1	2	2	1	1
1	3	1	3	3	1
1	3	1	3	2	1
1	2	2	1	2	1
2	1	1	3	2	2

2	2	1	2	1	1
1	3	2	3	3	2
2	1	1	1	1	1
1	1	2	1	2	2
2	3	1	1	1	2
1	2	2	1	2	2
2	2	2	2	1	2
2	1	2	1	2	2
2	2	1	1	1	2
2	3	1	1	3	1
2	2	1	2	3	1
1	1	1	3	3	1
2	3	2	2	3	1
1	1	2	3	1	2
2	3	1	1	2	1
2	1	2	2	1	2
2	2	1	1	2	1
1	2	2	3	3	1
2	1	1	1	3	2
2	2	1	2	3	2
2	3	2	1	3	2
2	2	1	1	2	1
2	1	1	2	1	1
1	3	2	3	3	1
2	1	2	1	2	1
2	2	1	3	3	2
1	1	2	3	3	1
2	1	1	2	2	2
2	3	2	2	1	1
2	1	1	2	1	2
2	2	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
2	2	1	1	3	1
2	1	2	2	2	2
2	2	2	2	2	1
1	1	2	3	3	2
2	1	2	2	2	1
2	3	1	2	2	2
1	1	2	3	2	2
2	3	1	3	2	1

2	3	2	2	2	2
2	3	1	2	2	1
2	3	1	2	1	1
2	3	2	2	3	2
2	1	1	2	3	2
2	2	2	3	2	1
2	1	1	3	1	2
2	1	1	2	1	1
2	3	2	2	2	1
2	1	1	2	3	1
2	3	1	1	2	2
2	2	1	3	1	1
1	2	2	3	3	2
2	3	2	2	1	2
2	2	1	2	3	2
2	1	2	2	3	1
2	1	1	3	2	1
2	2	1	1	2	2
1	3	2	3	2	1
2	2	2	3	1	2
2	3	1	3	1	2
2	2	1	2	2	1
2	3	2	1	2	1
2	2	2	2	3	1
2	3	2	3	3	2
2	2	1	3	2	2
2	2	2	3	3	2
2	1	1	3	3	1
2	2	2	3	3	1
2	3	1	2	3	1
1	1	2	3	2	1
2	3	2	3	3	1
2	1	2	3	3	1
1	2	2	3	2	1
2	2	1	3	2	1
2	2	1	3	1	2
2	3	1	3	2	1
1	3	2	3	2	2
2	2	1	3	3	1

2	3	1	2	3	2
2	1	1	3	1	1
2	3	2	3	2	1
2	1	2	3	2	1
1	1	2	3	1	1
1	3	2	2	3	1
2	1	1	3	3	2
2	1	2	3	2	2
1	2	2	3	1	2
1	2	2	3	2	2
1	3	2	1	3	1
1	3	2	3	1	1
1	3	2	3	1	2
2	2	2	3	1	1
2	2	2	3	2	2
2	3	2	3	1	1
2	3	2	3	1	2
2	3	2	3	2	2