

پیش‌بینی تورم به روش تفکیک اجزای شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی

سیدمهدی برکچیان[†]

سعید بیات^{*}

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۷/۰۱

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۲/۲۳

چکیده

در این پژوهش دقت روش تفکیک اجزای شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی در پیش‌بینی تورم ایران ارزیابی شود. بدین منظور، آمار مربوط به ۱۲ جزء شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی در دوره زمانی فصل اول ۱۳۶۹ تا فصل چهارم ۱۳۹۰ مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد تفکیک اجزای شاخص قیمت در تمام افق‌های پیش‌بینی نسبت به مدل‌های خودرگرسیون مرتبه اول و گام تصادفی بهتر عمل می‌کند، اگرچه این تفاوت از لحاظ آماری معنادار نیست. همچنین، در پیش‌بینی تورم مربوط به یکایک اجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی تورم بخش ارتباطات با دقت بالاتری نسبت به سایر سری‌های ۱۲ گانه پیش‌بینی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: افق پیش‌بینی، گام تصادفی، خودرگرسیون
طبقه‌بندی JEL: C22, C53, E31, E37

^{*} پژوهشگر گروه مدل‌سازی، پژوهشکده پولی و بانکی، تهران؛ s.bayat@mbri.ac.ir (نویسنده مسئول)
[†] استادیار دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران؛ barakchian@sharif.edu
از آقایان ناصر خیابانی، داود سوری و محسن مهرآرا و همچنین دیگر شرکت‌کنندگان در نشست «پیش‌بینی تورم در اقتصاد ایران» که خرداد ۱۳۹۱ در پژوهشکده پولی و بانکی برگزار شد، تشکر می‌شود.

۱ مقدمه

امروزه حفظ ثبات قیمت‌ها به‌عنوان وظیفه اصلی بانک‌های مرکزی شناخته می‌شود. به همین دلیل بانک‌های مرکزی ناگزیرند با تولید پیش‌بینی‌های دقیق از تورم آتی، سیاست‌های پولی متناسبی را برای کنترل تورم اتخاذ نمایند. تاکنون روش‌های متعددی برای پیش‌بینی تورم در بانک‌های مرکزی دنیا استفاده شده است. متداول‌ترین روش، استفاده از منحنی فیلیپس نوکینزی^۱ بوده است که هم‌اکنون یکی از روش‌های مورد استفاده در فدرال رزرو آمریکا برای پیش‌بینی تورم است.^۲ روش مرسوم دیگر، تجزیه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی و استفاده از اطلاعات موجود در زیراجزای آن جهت پیش‌بینی تورم است. زیراجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی حاوی اطلاعات مهمی است که با مدل‌سازی شاخص کل قیمت، این اطلاعات از دست می‌رود.^۳ رویکردهای مختلفی نسبت به نحوه تجزیه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی به زیراجزای آن وجود دارد. به‌عنوان مثال، اینکه CPI به اجزای ۱۲ گانه کالاها و خدمات^۴ تجزیه شده و از اطلاعات موجود در این اجزا برای پیش‌بینی استفاده شود یا اینکه، CPI به شاخص قیمت استان‌ها تجزیه شده و از اطلاعات شاخص قیمت استان‌ها برای پیش‌بینی تورم استفاده گردد.^۵

به دو شیوه کلی می‌توان اطلاعات موجود در اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت را برای پیش‌بینی تورم به‌کار برد. شیوه اول، بر پایه مدل‌سازی تک‌تک اجزا، پیش‌بینی مقادیر آتی اجزا و ادغام نتایج حاصل از پیش‌بینی اجزا برای دستیابی به پیش‌بینی تورم است که به روش تفکیک اجزای شاخص قیمت CPI^۶ (DCC) معروف بوده و مقاله حاضر براساس آن

^۱ new-Keynesian Philips curve

^۲ Bernanke (2007), Batini, Jackson & Nickell (2005)

^۳ Barker & Pesaran (1990)

^۴ اجزای ۱۲ گانه شاخص کل قیمت کالاها و خدمات (CPI) در ایران عبارتند از: شاخص قیمت خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها، دخانیات، پوشاک و کفش، مسکن و آب و برق و گاز و سایر سوخت‌ها، اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در منزل، بهداشت و درمان، حمل‌ونقل، ارتباطات، تفریح و امور فرهنگی، تحصیل، رستوران و هتل، کالاها و خدمات متفرقه.

^۵ برای مشاهده رویکردهای مختلف به تجزیه اطلاعات موجود در یک متغیر اقتصادی به Hendry & Hubrich (2005) نگاه کنید.

^۶ Disaggregation of CPI Components

تهیه شده است. شیوه دوم، که توسط هندری و هوبریچ^۱ (۲۰۰۶، ۲۰۱۰) پیشنهاد شده به این صورت است که اجزای شاخص قیمت به عنوان متغیرهای توضیحی به صورت مستقیم وارد مدل پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت می‌شوند. اگرچه به لحاظ نظری، استفاده از زیراجزای شاخص قیمت به عنوان متغیر توضیحی به صورت مستقیم در مدل پیش‌بینی تورم باید به بهبود پیش‌بینی کمک کند، اما وجود تعداد زیادی از زیراجزا در مدل می‌تواند به افزایش خطای تخمین^۲ و خطای تصریح^۳ بینجامد و در نهایت، کاهش کارایی^۴ را در پی داشته باشد.^۵ برای رفع این مشکل دو راه‌حل وجود دارد. راه اول اینکه تعداد محدودی از زیراجزا انتخاب شده و به عنوان متغیر توضیحی وارد مدل شوند و راه دوم اینکه اطلاعات مشترک موجود در اجزای شاخص کل قیمت در تعداد محدودی متغیر تلخیص شوند و این متغیرها وارد مدل پیش‌بینی تورم گردند که این روش در چهارچوب مدل‌های عامل^۶ جای می‌گیرد.^۷

ایده اولیه روش DCC به عنوان روشی جدید در مدل‌سازی اقتصادی و پیش‌بینی، به تایل^۸ (۱۹۵۴) و گرانفلد و گرلیچ^۹ (۱۹۶۰) بازمی‌گردد.^{۱۰} استفاده از روش DCC برای پیش‌بینی تورم دارای مزایایی است که عبارت‌اند از: ۱) شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی برابر با میانگین وزنی اجزای تشکیل‌دهنده آن است. بدیهی است که روند نوسانات

¹ Hendry & Hubrich

² estimation error

³ specification error

⁴ efficiency loss

⁵ Lutkepohl (2011)

⁶ factor model

^۷ بیات و برکچیان (م.ن.) مبتنی بر روش یادشده، عوامل مشترک موجود در زیراجزای شاخص قیمت را استخراج کرده و به مدل پیش‌بینی تورم ایران وارد نمودند و دریافته‌اند که با این کار، عملکرد مدل پیش‌بینی تورم در افق‌های کوتاه‌مدت بهبود می‌یابد.

⁸ Theil

⁹ Grunfeld & Griliches

^{۱۰} پژوهش‌های دیگری نیز در پیشبرد ادبیات نظری روش تفکیک اجزای متغیر اقتصادی نقش داشته‌اند که برخی از آنها عبارت‌اند از: Kohn (1982), Lutkepohl (1984a), Granger (1987), Pesaran, Pierse, & Kumar (1989) و Garderen, Lee & Pesaran (2000) و Giacomini & Granger (2004).

اجزای شاخص قیمت با یکدیگر متفاوت است و هرکدام از یک «فرایند تولید داده»^۱ متفاوت تبعیت می‌کنند. با ساختن شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی، در واقع از این تفاوت‌ها صرف‌نظر کرده و صرفاً به میانگین‌گیری از اجزای مختلف شاخص قیمت پرداخته شده است. در این صورت، وقتی مدل‌سازی و پیش‌بینی تورم به‌طور مستقیم با استفاده از شاخص تجمیع‌شده کالاها و خدمات مصرفی^۲ انجام می‌گردد، رفتارهای متفاوت اجزای مختلف شاخص قیمت نادیده گرفته می‌شود. در واقع، مدل‌سازی زیراجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی، امکان استفاده از مجموعه اطلاعاتی بزرگ‌تر و ناهمگن‌تری را نسبت به مدل‌سازی شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی فراهم می‌کند. در روش DCC تک‌تک اجزا به‌طور جداگانه مدل‌سازی و پیش‌بینی می‌شوند و سپس میانگین پیش‌بینی آنها به‌عنوان پیش‌بینی تورم مدنظر قرار می‌گیرد. مدل تصریح‌شده برای هر یک از زیراجزا ممکن است از مدل سایر زیراجزا متفاوت باشد و برای هر یک از زیراجزا مدلی تصریح می‌گردد که به بهترین شکل بتواند نوسانات آن زیرجزء را توضیح داده و آن را پیش‌بینی نماید. بنابراین، انعطاف‌پذیری در تصریح مدل مربوط به هر یک از اجزای شاخص قیمت، امکان بهره‌گیری از اطلاعات مربوط و مناسب موجود در اجزا را جهت پیش‌بینی تورم کل فراهم می‌کند.^۳ به این ترتیب، انتظار بر این است که دقت پیش‌بینی تورم کل به روش DCC افزایش یابد. (۲) با مدل‌سازی و پیش‌بینی تک‌تک اجزای شاخص قیمت و سپس ترکیب آنها به‌منظور تولید یک پیش‌بینی از تورم، ممکن است خطای پیش‌بینی مربوط به تک‌تک اجزا^۴ تا حدی از بین برود و به پیش‌بینی دقیق‌تر شاخص کل قیمت کالاها و خدمات منتهی گردد.^۵

در مقابل مزایای فوق، زیان‌های این روش نیز عبارت‌اند از: (۱) ممکن است پیش‌بینی برخی از اجزای شاخص قیمت، به‌دلیل الگوهای فصلی شدید و در حال تغییر آنها، بسیار مشکل باشد و به همین دلیل، ممکن است در مجموع بر دقت پیش‌بینی تورم کل تأثیر منفی بگذارد. (۲) ممکن است مدل برخی اجزا به‌صورت نادرست تصریح شود که در این صورت بر دقت پیش‌بینی تورم کل اثر منفی خواهد داشت. (۳) اگر تصریح مدل اجزا به‌درستی انجام شود، اما تعداد زیادی متغیر توضیحی در تصریح مدل اجزا شاخص قیمت

¹ data generating process

² aggregated CPI

³ Barker & Pesaran (1990)

⁴ idiosyncratic

⁵ Clements & Hendry (2002)

وجود داشته باشد، آن‌گاه افزایش خطای اندازه‌گیری^۱ ناشی از افزایش تعداد متغیرهای توضیحی می‌تواند دقت پیش‌بینی تورم شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی را کاهش دهد.^۲

پژوهش‌های رز^۳ (۱۹۷۷)، تیاو و گوتمن^۴ (۱۹۸۰)، وی و آبراهام^۵ (۱۹۸۱)، کان (۱۹۸۲)، لوتکیویول (الف ۱۹۸۴، ب ۱۹۸۴) و دی‌آگوستینو و برمینگهام^۶ (۲۰۱۱) نشان می‌دهند اگر فرایند تولید داده‌های اجزای شاخص قیمت و شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی از پیش معین باشد آن‌گاه برحسب معیار میانگین مجذور خطا^۷ (MSFE)، روش DCC برای پیش‌بینی تورم کل بهتر و مناسب‌تر از پیش‌بینی مستقیم تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی است. اما، درعمل فرایند تولید داده‌ها نامشخص است و بنابراین این‌که پیش‌بینی مستقیم تورم خطای کمتری دارد یا روش DCC، از پیش قابل برآورد نیست. هندری و هوبریچ (۲۰۰۶) نیز در بررسی این موضوع که آیا روش تفکیک اجزای شاخص قیمت بر روش مستقیم پیش‌بینی تورم برتری دارد، به این نتیجه رسیدند که این موضوع کاملاً تجربی محسوب می‌شود، به‌طوری‌که روش DCC در برخی کشورها پیش‌بینی‌های دقیق‌تری از تورم تولید می‌کند، درحالی‌که در برخی دیگر از کشورها چنین نتیجه‌ای حاصل نمی‌شود.

پژوهش حاضر با به‌کارگیری روش DCC به‌عنوان روشی برای پیش‌بینی تورم، به دو پرسش پاسخ می‌دهد. پرسش اول اینکه، آیا به‌کارگیری روش مزبور می‌تواند دقت پیش‌بینی تورم مربوط به شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی را بهبود بخشد. دوم اینکه، کدام یک از زیربخش‌های شاخص کل قیمت کالاها و خدمات را می‌توان با دقت بالاتری پیش‌بینی کرد. تاکنون روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی تورم در ایران به‌کار گرفته شده‌اند، مانند تحلیل هم‌انباشتگی یک و چندمتغیره (آرامش، علوی‌راد، آزادور، زارع‌زاده و

¹ measurement error

² Ilek (2007)

³ Rose

⁴ Tiao & Guttman

⁵ Wei & Abraham

⁶ D'Agostino & Bermingham

⁷ Mean Square Forecast Error

سعیدی‌نیا^۱، (۲۰۱۱) سری زمانی و شبکه عصبی (مشیری، ۱۳۸۰)، خودرگرسیونی برداری بیزی (حیدری و پروین^۲، ۲۰۰۸) و (حیدری^۳، ۲۰۱۱)، تبدیل بیولی^۴ (حیدری، ۱۳۹۰)، ارزیابی محتوای اطلاعاتی متغیرهای اقتصادی برای پیش‌بینی نرخ تورم در ایران (عطریان‌فر و برکچیان، ب ۱۳۹۰) و ارزیابی روش‌های ترکیب پیش‌بینی برای پیش‌بینی زمان حقیقی نرخ تورم در ایران (عطریان‌فر و برکچیان، الف ۱۳۹۰) ولی تاکنون پژوهشی در زمینه مدل‌سازی مستقیم اجزای شاخص قیمت برای پیش‌بینی تورم ایران انجام نشده است.

در سال‌های اخیر استفاده از روش DCC در بانک‌های مرکزی کشورهای مختلف رواج یافته است. برنانکه، رئیس فدرال رزرو آمریکا^۵ طی سخنانی در سال ۲۰۰۷ تصریح می‌کند که روش‌های پیش‌بینی تورم مورداستفاده تا حد زیادی به افق پیش‌بینی وابسته است و به‌طور مشخص برای پیش‌بینی تورم در فصل جاری و فصل آینده، از روش DCC استفاده می‌شود. اسپاسا، سنرا و آلباسته^۶ (۲۰۰۲)، هوبریچ (۲۰۰۵) و بنالال، هویو، روما و اسکادلنی^۷ (۲۰۰۴) نتیجه گرفتند که روش یادشده برای پیش‌بینی تورم در دوره‌های بسیار کوتاه‌مدت در ناحیه اروپا مناسب است. فريتزر، موزر و شارلر^۸ (۲۰۰۲) و ریجر و ولار^۹ (۲۰۰۶) به‌ترتیب برای پیش‌بینی تورم اتریش و هلند نتیجه گرفتند روش مورد اشاره، برای پیش‌بینی تورم تا ۶ ماه آینده مناسب است. اسپاسا، پونسلا و سنرا^{۱۰} (۲۰۰۲) دریافتند برای آمریکا روش مزبور جهت پیش‌بینی تورم تا ۴ ماه آینده مناسب است، درحالی‌که آرون و میول‌بوئر^{۱۱} (۲۰۰۸) نشان دادند که در پیش‌بینی ۱۲ ماه آینده تورم آمریکا، روش DCC بهتر از روش‌های رقیب است. همچنین کوب^{۱۲} (۲۰۰۹) به این نتیجه دست یافت که برای

¹ Armesh, Alavi Rad, Azadavar, Zarezade & Saeidnia (2011)

² Heidari & Parvin

³ Heidari

⁴ Bewley

⁵ Chairman of Federal Reserve System

⁶ Espasa, Senra & Albacete

⁷ Benalal, Hoyo, Roma & Skudelny

⁸ Fritzer

⁹ Reijer & Vlaar

¹⁰ Espasa, Poncela & Senra

¹¹ Aron & Muellbauer

¹² Cobb

پیش‌بینی تورم شیلی در افق‌های ۳، ۶ و ۱۲ ماه آینده روش یادشده بهتر از سایر روش‌های پیش‌بینی است.

در این پژوهش جهت مدل‌سازی و پیش‌بینی اجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی از مدل $AR(p)$ استفاده می‌شود و سپس با ترکیب پیش‌بینی‌های به‌دست‌آمده برای تک‌تک اجزای شاخص قیمت، پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت‌ها انجام می‌گیرد. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که مدل DCC در تمام افق‌های پیش‌بینی نسبت به مدل‌های پایه $AR(1)$ و گام تصادفی بهتر عمل می‌کند اگرچه دقت افزون‌تر آن به‌لحاظ آماری معنادار نیست. سایر بخش‌های مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم، روش مدل‌سازی و مراحل تخمین و پیش‌بینی ارائه می‌گردد. بخش سوم به ارائه نتایج مدل‌سازی و بررسی دقت پیش‌بینی‌ها اختصاص دارد و درنهایت، در بخش چهارم نتیجه‌گیری انجام می‌پذیرد.

۲ روش مدل‌سازی و مراحل تخمین و پیش‌بینی

در این پژوهش از داده‌های مربوط به اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی (CPI) برای دوره زمانی فصل اول ۱۳۶۹ تا فصل چهارم ۱۳۹۰ استفاده می‌شود.^۱ پیش از اینکه داده‌ها برای مدل‌سازی مورد استفاده قرار گیرند ابتدا لگاریتم‌گیری می‌شوند و سپس با استفاده از فیلتر $X-12$ اثرات فصلی آنها حذف می‌گردد. سپس آزمون ریشه واحد دیکی-فولر تعمیم یافته^۲ به کار گرفته می‌شود تا مرتبه انباشتگی^۳ هریک از اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی تعیین گردند.^۴

نتایج آزمون دیکی-فولر نشان می‌دهد که لگاریتم تعدیل فصلی شده سری پوشاک و کفش $I(2)$ است و لگاریتم تعدیل فصلی شده سری‌های بهداشت و درمان، حمل‌ونقل، ارتباطات و

^۱ نحوه محاسبه اجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی در طول سال‌های گذشته در معرض تغییراتی بوده است. این شاخص نخستین بار بر مبنای سال پایه ۱۳۱۵ محاسبه شد ولی تاکنون ۳ بار سال پایه تغییر کرده است و سال‌های ۱۳۵۳، ۱۳۷۶ و ۱۳۸۳ نیز به‌عنوان سال پایه محاسبه شاخص معرفی شده‌اند. همچنین تا پیش از سال ۱۳۸۳، شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی دارای ۸ گروه اصلی بود ولی از این سال به بعد، به ۱۲ گروه (که لیست آن در پانویست قبلی آمده است) تغییر یافت. از آنجا که تا پیش از سال ۱۳۸۳ آمارها بر مبنای ۸ گروه اصلی ارائه می‌شدند، اداره بررسی‌ها و سیاست‌های اقتصادی بانک مرکزی آمارهای مربوط به سال‌های پیش (از ۱۳۶۹ تا ۱۳۸۳) را بر مبنای ۱۲ گروه اصلی تعدیل کرده است.

^۲ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

^۳ order of integration

^۴ برای مشاهده نتایج آزمون ریشه واحد به پیوست ۱ نگاه کنید.

تحصیل $I(0)$ و مابقی سری‌ها $I(1)$ هستند. به این ترتیب، از سری‌هایی که $I(1)$ هستند، یک‌بار تفاضل و از سری پوشاک و کفش که $I(2)$ است، دوبار تفاضل گرفته می‌شود و مدل‌سازی بر تفاضل لگاریتم تعدیل فصلی شده این سری‌ها بنا می‌گردد. مدل‌سازی مربوط به سری‌هایی که $I(0)$ هستند نیز بر لگاریتم تعدیل فصلی شده آنها بنا می‌شود. دیبلد و کیلیان^۱ (۲۰۰۰) نشان می‌دهند که انجام آزمون ریشه واحد و تفاضل‌گیری در صورت وجود ریشه واحد در مورد داده‌های فصلی باعث افزایش دقت پیش‌بینی مدل در تمام افق‌های پیش‌بینی می‌گردد.

۱.۲ مدل‌سازی اجزای شاخص قیمت توسط $AR(p)$

سری‌های ۱۲ گانه اجزای شاخص قیمت را توسط مدل $AR(p)$ مدل‌سازی می‌کنیم که در آن p تعداد وقفه‌های AR است. با تقسیم داده‌های فصل اول ۱۳۶۹ تا فصل چهارم ۱۳۹۰ به دو بخش، از بخش اول برای تخمین و از بخش دوم برای پیش‌بینی استفاده می‌شود. از آنجاکه قاعده معینی برای این تقسیم‌بندی وجود ندارد^۲، در پژوهش حاضر از ۸۰ درصد اول مشاهدات برای تخمین و از ۲۰ درصد مابقی برای پیش‌بینی و ارزیابی عملکرد آن استفاده می‌شود.

تعداد وقفه‌های مدل با استفاده از آماره شوارتز بین مقادیر صفر تا ۶ انتخاب می‌شود. پس از آنکه برای هر یک از ۱۲ جزء شاخص قیمت به‌طور جداگانه و با استفاده از بخش اول مشاهدات (۶۶ مشاهده اول)^۳ مدل $AR(p)$ مربوط تخمین زده شد به تولید پیش‌بینی‌های k گام به جلو متناظر با باقیمانده مشاهدات پرداخته می‌شود. روش کار اینگونه است که ابتدا ۶۶ مشاهده اول را جدا کرده و با استفاده از آن معادله $AR(p)$ تخمین زده می‌شود و با استفاده از ضرایب برآورد شده، پیش‌بینی تورم مربوط به مشاهده $66+k$ ارائه می‌گردد (k مقادیر ۱، ۲، ۳ و ۴ را اختیار می‌کند). سپس یک گام در زمان جلو رفته و با استفاده از ۶۷ مشاهده اول، معادله $AR(p)$ را دوباره تخمین زده و مبتنی بر ضرایب برآورد شده، پیش‌بینی

^۱ Diebold & Kilian

^۲ به‌طور مثال روآ و دوارته (۲۰۰۵)، ۷۵ درصد اول مشاهدات را برای تخمین و مابقی مشاهدات را برای پیش‌بینی استفاده کرده‌اند در حالی که هیوبریچ (۲۰۰۵)، ۶۰ درصد اول مشاهدات را برای تخمین و مابقی مشاهدات را برای پیش‌بینی استفاده کرده است.

^۳ بخش اول مشاهدات حاوی ۷۸ مشاهده است ولی به دلیل تفاضل‌گیری، تعداد آن به ۶۶ مشاهده کاهش می‌یابد.

تورم مربوط به مشاهده $k+67$ ارائه می‌گردد^۱. با تکرار این فرایند و اضافه کردن یک مشاهده در هر مرحله، این فرایند تا پیش‌بینی مربوط به آخرین مشاهده ادامه می‌یابد. بدین ترتیب در پایان کار، ۲۰ پیش‌بینی یک گام به جلو، ۱۹ پیش‌بینی دو گام به جلو، ۱۸ پیش‌بینی سه گام به جلو و ۱۷ پیش‌بینی چهار گام به جلو خواهیم داشت. از آنجاکه قصد داریم دوره ارزیابی برای همه افق‌های پیش‌بینی یکسان باشد، لذا دوره ارزیابی عملکرد پیش‌بینی ۱:۱۳۸۷ تا ۴:۱۳۹۰ در نظر گرفته می‌شود و در نهایت برای همه افق‌های پیش‌بینی، ۱۶ مشاهده تولید شده است.

۲.۲ ادغام پیش‌بینی اجزای شاخص قیمت

پس از تولید پیش‌بینی برای هریک از اجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی، با استفاده از وزن هریک از اجزا در شاخص قیمت به ترکیب پیش‌بینی‌های اجزا پرداخته و پیش‌بینی مربوط به تورم شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی ارائه می‌شود. ادغام پیش‌بینی‌ها به ۴ روش $DCC(1)$ ، $DCC(2)$ ، $DCC-Average$ و $DCC-Median$ انجام می‌گردد.

در روش $DCC(1)$ پیش‌بینی سطح اجزای شاخص قیمت متناسب با اوزان آنها با هم ادغام شده و پیش‌بینی سطح شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی محاسبه می‌گردد. سپس با تفاضل‌گیری از لگاریتم آن، پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی به دست می‌آید.^۲ روش $DCC(2)$ این گونه است که پیش‌بینی تورم اجزای شاخص قیمت را متناسب با اوزانی که برای شاخص آنها در محاسبه شاخص کل قیمت در نظر می‌گیریم ادغام کرده و پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت را محاسبه می‌نماید.^۳ روش $DCC-Average$ پیش‌بینی تورم اجزای شاخص قیمت را با اوزان یکسان ادغام کرده و پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی را محاسبه می‌کند. سرانجام روش $DCC-Median$ به این شکل است که میانه پیش‌بینی تورم اجزای شاخص قیمت را به‌عنوان پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی ارائه می‌کند.

^۱ در هر مرحله، مقدار بهینه p مستقل از مرحله پیش و به‌طور جداگانه برآورد می‌گردد.

^۲ برای توضیحات بیشتر در مورد چگونگی ترکیب پیش‌بینی سطح اجزای شاخص قیمت و دستیابی به پیش‌بینی تورم شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی به پیوست ۲ نگاه کنید.

^۳ برای توضیحات بیشتر در مورد ترکیب پیش‌بینی تورم اجزای شاخص قیمت و دستیابی به پیش‌بینی تورم شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی به پیوست ۳ نگاه کنید.

مدلهایی که به‌عنوان مدل‌های پایه در نظر گرفته می‌شوند عبارت‌اند از: مدل گام تصادفی (RW) و مدل (AR(1). در این مطالعه، ارزیابی عملکرد پیش‌بینی مدل‌های مختلف توسط معیار جذر میانگین مجذور خطای پیش‌بینی^۱ (RMSFE) صورت می‌گیرد. همچنین برای بررسی این که آیا تفاوت در عملکردهای پیش‌بینی از نظر آماری معنادار است، از آزمون دیبلد-ماریانو اصلاح‌شده^۲ (MDM) استفاده می‌شود.

جدول ۱

ترتیب گروه‌های ۱۲ گانه در پیش‌بینی‌های یک تا چهار گام به جلو

چهار گام به جلو	سه گام به جلو	دو گام به جلو	یک گام به جلو
ارتباطات	ارتباطات	ارتباطات	ارتباطات
تحصیل	تحصیل	تحصیل	تحصیل
بهداشت و درمان	بهداشت و درمان	پوشاک و کفش	پوشاک و کفش
پوشاک و کفش	پوشاک و کفش	بهداشت و درمان	بهداشت و درمان
تفریح و امور فرهنگی	تفریح و امور فرهنگی	تفریح و امور فرهنگی	تفریح و امور فرهنگی
مسکن، آب و برق، گاز و سایر سوخت‌ها	مسکن، آب و برق، گاز و سایر سوخت‌ها	رستوران و هتل	رستوران و هتل
رستوران و هتل	رستوران و هتل	مسکن، آب و برق، گاز و سایر سوخت‌ها	مسکن، آب و برق، گاز و سایر سوخت‌ها
اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در منزل	اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در منزل	اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در منزل	اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در منزل
حمل و نقل	حمل و نقل	حمل و نقل	حمل و نقل
خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها	خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها	خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها	خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها
دخانیت	دخانیت	دخانیت	دخانیت
کالاها و خدمات متفرقه	کالاها و خدمات متفرقه	کالاها و خدمات متفرقه	کالاها و خدمات متفرقه

یادداشت. ستون‌های اول تا چهارم، ترتیب اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت براساس میزان RMSFE پیش‌بینی، از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین جزء را در پیش‌بینی‌های یک گام تا چهار گام به جلو نشان می‌دهند. تخمین هر یک از اجزای شاخص قیمت با مدل AR انجام شده است. دوره تخمین، فصل اول ۱۳۶۹ تا فصل چهارم ۱۳۸۶ و دوره پیش‌بینی، فصل اول ۱۳۸۷ تا فصل چهارم ۱۳۹۰ است.

¹ Root MSFE

² Modified Diebold-Mariano Test

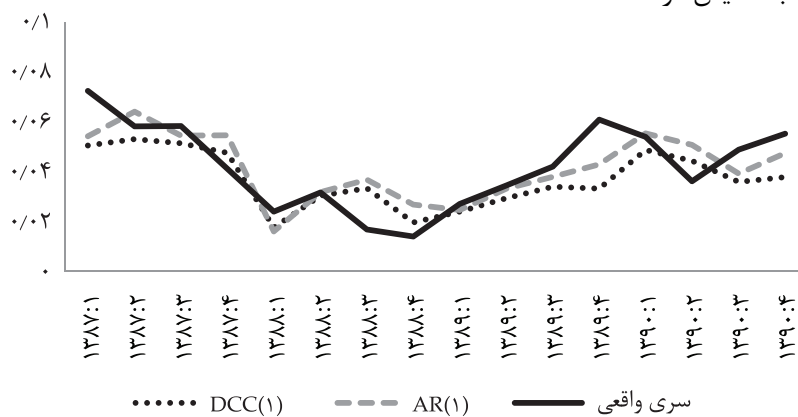
۳ نتایج

۱.۳ نتایج مربوط به پیش‌بینی تورم اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی

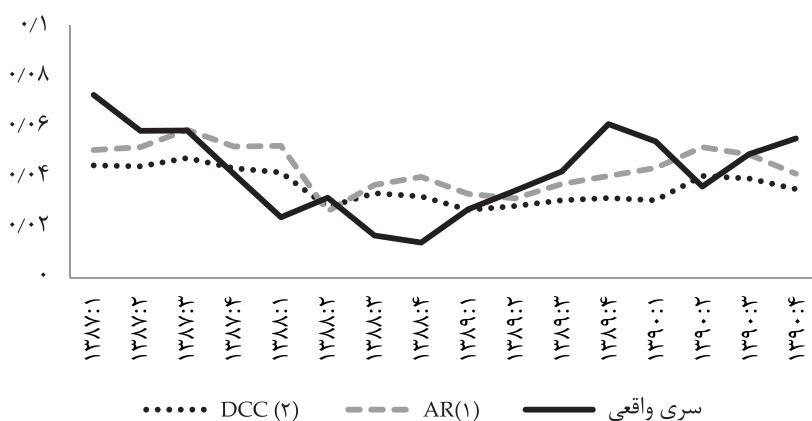
در جدول ۱ اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت براساس میزان RMSFE پیش‌بینی مربوط به هریک از اجزا (از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین) در افق‌های یک گام تا چهار گام به جلو مرتب شده‌اند. همان‌طور که از جدول پیداست، شاخص قیمت مربوط به گروه ارتباطات در مقایسه با سایر اجزا با دقت بالاتری توسط مدل $AR(p)$ پیش‌بینی شده است.

۲.۳ نتایج مربوط به پیش‌بینی تورم کل کالاها و خدمات مصرفی به روش DCC

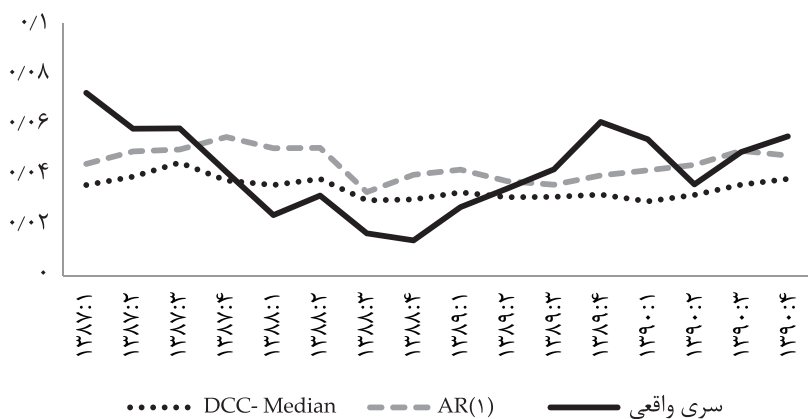
پس از به‌دست‌آوردن پیش‌بینی‌های مربوط به سری‌های ۱۲ گانه اجزای شاخص قیمت، با ادغام پیش‌بینی‌های اجزا مبتنی بر ۴ روش معرفی‌شده برای DCC، پیش‌بینی تورم شاخص کل CPI به‌دست‌می‌آید. نمودارهای ۱ تا ۴، پیش‌بینی تورم را در افق‌های مختلف نمایش می‌دهد. در هر یک از این نمودارها علاوه بر سری تورم واقعی، سری‌های مربوط به پیش‌بینی بهترین روش ادغام DCC و همچنین مدل پایه‌ای که بهترین پیش‌بینی را ارائه می‌کند به نمایش درآمده است.



شکل ۱. پیش‌بینی تورم کل به روش DCC (یک گام به جلو)

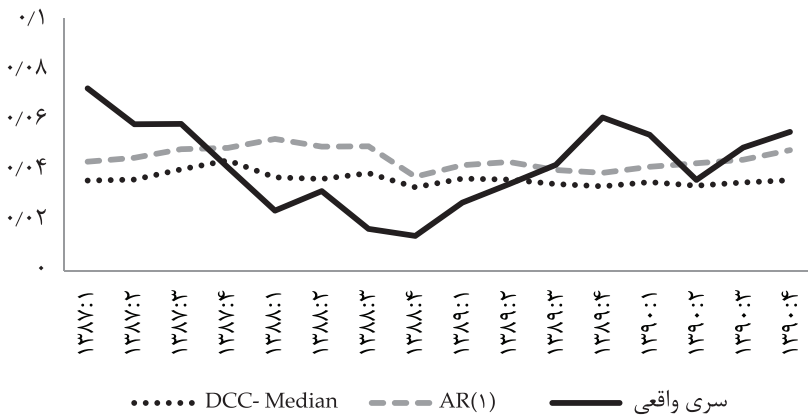


شکل ۲. پیش‌بینی تورم کل به روش DCC (دو گام به جلو)



شکل ۳. پیش‌بینی تورم کل به روش DCC (سه گام به جلو)

چنان‌که جدول ۲ نشان می‌دهد در افق یک و دو فصل، پیش‌بینی حاصل از مدل DCC(۲) نسبت به سایر مدل‌ها دقیق‌تر است. در افق‌های سه و چهار فصل نیز، مدل DCC-Median پیش‌بینی‌های دقیق‌تری نسبت به مدل‌های رقیب تولید می‌کند.



شکل ۴. پیش‌بینی تورم کل به روش DCC (چهار گام به جلو)

جدول ۲

مقایسه $RMSFE$ روش‌های رقیب در پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات

مدل	یک گام به جلو	دو گام به جلو	سه گام به جلو	چهار گام به جلو
DCC(1)	۰/۰۱۸۱	۰/۰۱۹۶	۰/۰۲۱۶	۰/۰۲۴۱
DCC(2)	۰/۰۱۶۹	۰/۰۱۹۳	۰/۰۲۰۷	۰/۰۲۱۳
DCC-Average	۰/۰۱۸۷	۰/۰۲۰۷	۰/۰۲۴۸	۰/۰۲۱۰
DCC-Median	۰/۰۱۹۲	۰/۰۱۹۹	۰/۰۱۹۳	۰/۰۲۰۸
AR(1)	۰/۰۱۷۱	۰/۰۱۹۷	۰/۰۲۰۹	۰/۰۲۱۴
مدل گام تصادفی	۰/۰۱۹۴	۰/۰۲۴۱	۰/۰۲۶۲	۰/۰۲۸۷

یادداشت. دوره تخمین، فصل اول ۱۳۶۹ تا فصل چهارم ۱۳۸۶ است و دوره پیش‌بینی، فصل اول ۱۳۸۷ تا فصل چهارم ۱۳۹۰ است. روش (1) DCC، پیش‌بینی سطح اجزا را متناسب با اوزان آنها با هم ادغام کرده و پیش‌بینی سطح شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی را محاسبه می‌کند. روش (2) DCC، پیش‌بینی تورم اجزا را متناسب با اوزانی که برای شاخص آنها در نظر می‌گیریم ادغام کرده و پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی را محاسبه می‌نماید. روش DCC-Average پیش‌بینی تورم اجزای شاخص قیمت را با اوزان یکسان ادغام کرده و پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی را محاسبه می‌کند. روش DCC-Median میانه پیش‌بینی تورم اجزای شاخص قیمت را به‌عنوان پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی ارائه می‌کند. مدل گام تصادفی دارای جمله رانش است.

همان‌طور که جدول ۳ نشان می‌دهد در افق‌های یک تا سه فصل، عملکرد بهترین مدل DCC نسبت به مدل‌های پایه (AR(1) و گام تصادفی تفاوت معناداری ندارد. تنها در افق چهار گام به جلو، عملکرد بهترین مدل DCC نسبت به مدل گام تصادفی به‌طور معنادار بهتر است هرچند عملکرد آن نسبت به مدل AR(1) تفاوت معناداری ندارد.

جدول ۳

نتایج آزمون دیبلد-ماریانو اصلاح‌شده

مقایسه بین دو روش	نسبت RMSFE	MDM	pv
پیش‌بینی یک گام به جلو			
DCC(۲) نسبت به مدل AR(1)	۰/۹۸	-۰/۷۹	۰/۴۳
DCC(۲) نسبت به مدل گام تصادفی	۰/۸۷	-۱/۰۴	۰/۳۱
پیش‌بینی دو گام به جلو			
DCC(۲) نسبت به مدل AR(1)	۰/۹۷	-۰/۴۱	۰/۶۸
DCC(۲) نسبت به مدل گام تصادفی	۰/۸۰	-۱/۱۴	۰/۲۶
پیش‌بینی سه گام به جلو			
DCC-Median نسبت به مدل AR(1)	۰/۹۲	-۰/۲۲	۰/۸۲
DCC-Median نسبت به مدل گام تصادفی	۰/۷۳	-۱/۲۱	۰/۲۴
پیش‌بینی چهار گام به جلو			
DCC-Median نسبت به مدل AR(1)	۰/۹۷	-۰/۰۰۷	۰/۹۹
DCC-Median نسبت به مدل گام تصادفی	۰/۷۲	-۲/۰۴	۰/۰۵

یادداشت. زیرنویس جدول ۲ را نگاه کنید. MDM آماره آزمون دیبلد-ماریانو اصلاح‌شده را نشان می‌دهد. pv ارزش احتمال است.

۴ نتیجه‌گیری

این پژوهش به ارزیابی عملکرد روش DCC در پیش‌بینی تورم ایران پرداخت. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد در مدل‌سازی مربوط به تورم اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی، تورم بخش ارتباطات با دقت بالاتری نسبت به سایر سری‌های ۱۲ گانه پیش‌بینی می‌شود. همچنین در پیش‌بینی تورم کل، نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد مدل DCC در تمام افق‌های پیش‌بینی نسبت به مدل‌های پایه (AR(1) و گام تصادفی بهتر عمل می‌کند اگرچه دقت افزون‌تر آن به‌لحاظ آماری معنادار نیست.

فهرست منابع

- بیات، س.، و برکچیان، س. م. (م.ن.). پیش‌بینی تورم ایران با استفاده از عوامل مشترک زیراجزای شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی. مقاله در حال انجام.
- حیدری، ح. (۱۳۹۰). مدل VAR جایگزین برای پیش‌بینی تورم ایران: کاربردی از تبدیل بیولی. *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، شماره ۱۶، ۷۷-۹۶.
- عطریانفر، ح. و برکچیان، س. م. (الف ۱۳۹۰). ارزیابی عملکرد روش‌های ترکیبی، در پیش‌بینی زمان‌حقیقی نرخ تورم در ایران. *فصلنامه پول و اقتصاد*، ۶(۱۸)، ۲۳-۵۷.
- عطریانفر، ح. و برکچیان، س. م. (ب ۱۳۹۰). ارزیابی محتوای اطلاعاتی متغیرهای اقتصادی برای پیش‌بینی نرخ تورم در ایران. *فصلنامه پول و اقتصاد*، ۳(۸)، ۱-۴۰.
- مشیری، س. (۱۳۸۰). پیش‌بینی تورم ایران با استفاده از مدل‌های ساختاری، سری‌های زمانی و شبکه‌های عصبی. *مجله تحقیقات اقتصادی*، ۵۸، ۱۴۷-۱۸۴.
- Armash, H., Alavi-Rad. A., Azadavar. R., Zarezade S. & Saeidnia, M. (2011). Inflation in the Islamic Republic of Iran: apply univariate and multivariate cointegration analysis. *International Journal of Business and Social Science*, 15, 258-264.
- Aron, J. & Muellbauer, J. (2008). *New methods for forecasting inflation and its subcomponents: an application to the USA*, Department of Economics, Oxford University, Working Paper, No. 406.
- Barker, T. & Pesaran, M. H. (1990), *Disaggregation in econometric modeling*. London and New-York. Pub: Routledge.
- Batini, N., Jackson, B. & Nickell, S. (2005). An open economy new-Keynesian Philips curve for a small open economy. *Journal of Monetary Economics*, 52, 1061-1071.
- Benalal, N., Hoyo, J., Roma, B. & Skudelny, F. (2004). *To aggregate or not to aggregate* (Working Paper, No. 374). European Central Bank.
- Bernanke, B. (2007). *Inflation Expectations and Inflation Forecasting* (Speech). Monetary Economics Workshop of the NBER Summer Institute.
- Clements, M. P. & Hendry, D. F. (2002). Modeling methodology and forecast failure, *Econometrics Journal*, 3(5), 319-344.
- Cobb, M. (2009). *Forecasting Chilean inflation from disaggregate components* (Working Paper, No. 511), Central Bank of Chile.

- D'Agostino, A. & Bermingham, C. (2011). *Understanding and forecasting aggregate and disaggregate price dynamics* (Working Paper, No. 1365), European Central Bank.
- Diebold, F. & Kilian, L. (2000). Unit root tests are useful for selecting forecasting models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 18, 265-273.
- Espasa, A., Poncela, P. & Senra, E. (2002). *Forecasting monthly US consumer price indexes through a disaggregated I(2) analysis* (Working Papers, No. 1). Statistics and Econometrics.
- Espasa, A., Senra, E. & Albacete, R. (2002). Forecasting inflation in the European Monetary Union: a disaggregated approach by countries and by sectors, *European Journal of Finance*, 8, 402-421.
- Fritzer, F., G. Moser & Scharler, J. (2002). *Forecasting Austrian HICP and its components using VAR and ARIMA models* (Working Paper, No. 73). Oesterreichische National Bank.
- Garderen, V. K. J., Lee, K. & Pesaran, M. H. (2000). Cross-sectional aggregation of non-linear models. *Journal of Econometrics*. 95, 285-331.
- Giacomini, R. & Granger, C. W. J. (2004). Aggregation of space-time processes. *Journal of Econometrics*, 118, 7-26.
- Granger, C. (1987). Implications of aggregation with common factors, *Econometric Theory*, 3, 208-222.
- Grunfeld, Y. & Griliches, Z. (1960). Is aggregation necessarily bad? *The Review of Economics and Statistics*, 42(1), 1-13.
- Harvey, D., Leybourne, S. & Newbold, P. (1997). Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting*, 13, 281-291.
- Heidari, H. & Parvin, S. (2008). Modeling and forecasting Iranian Inflation with time varying BVAR models, *Iranian Journal of Economic Research*, 36, 59-84.
- Heidari, H. (2011). Alternative BVAR models for forecasting inflation, *Acta Oeconomica Journal*, No. 61(1), 61-75.
- Hendry, D. F. & Hubrich, K. (2005). Forecasting aggregates by disaggregates, *Computing in Economics and Finance*, 270, 1-42.

- Hendry, D. F. & Hubrich, K. (2006). *Forecasting aggregates by disaggregates*, European Central Bank Working Paper, No. 589.
- Hendry, D. F. & Hubrich, K. (2010). *Combining disaggregate forecasts or combining disaggregate information to forecast an aggregate* (Working Paper, No. 1155). European Central Bank.
- Hubrich, K. (2005). Forecasting Euro Area inflation: does aggregating forecasts by HICP component improve forecast accuracy?. *International Journal of Forecasting*, 21, 119-136.
- Ilek, A. (2007). *Aggregation versus disaggregation: what can we learn from it?* (Discussion Papers, No. 2). Bank of Israel, Monetary Department.
- Kohn, R. (1982). When is an aggregate of a time series efficiently forecast by its past? *Journal of Econometrics*, 18, 337-349.
- Lutkepohl, H. (1984a). Forecasting contemporaneously aggregated vector ARMA processes. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2(3), 201-214.
- Lutkepohl, H. (1984b). Linear transformations of vector ARMA processes, *Journal of Econometrics*, 26, 283-293.
- Lutkepohl, H. (2011). Forecasting non-linear aggregates and aggregates with time-varying weights, *Journal of Economics and Statistics*, 231, 107-133.
- Pesaran, M. H., Pierse, R.G. & Kumar, M. S. (1989). Econometric analysis of aggregation in the context of linear prediction models. *Econometrica*, 57, 861-888.
- Reijer, A. & Vlaar, P. (2006). Forecasting inflation: an art as well as a science. *De Economist*, 154, 19-40.
- Rose, D. E. (1977). Forecasting aggregates of independent ARIMA processes, *Journal of Econometrics*, 5, 323-345.
- Theil, H. (1954). Linear aggregation of economic relations. *North Holland*.
- Tiao, G. C. & Guttman, I. (1980). Forecasting contemporaneous aggregates of multiple time series, *Journal of Econometrics*, 12, 219-230.
- Wei, W. S. & Abraham, B. (1981). Forecasting contemporaneous time series Aaggregates, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, A10, 1335-1344.

پیوست‌ها

الف. نتایج آزمون ریشه واحد

جدول ۴ نتایج آزمون ریشه واحد اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی را نشان می‌دهد.

جدول ۴

نتایج آزمون دیکی فولر تعمیم یافته

نام متغیر	P-value		
	سطح	تفاضل مرتبه اول	تفاضل مرتبه دوم
شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی	۰/۰۳۴	۰/۰۴*	-
ش.ق.م. (خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها)	۰/۲۴	۰/۰۰*	-
ش.ق.م. (دخانبات)	۰/۸۱	۰/۰۰*	-
ش.ق.م. (پوشاک و کفش)	۰/۶۶	۰/۱۰	۰/۰۰*
ش.ق.م. (مسکن، آب، برق، گاز و سایر سوخت‌ها)	۰/۲۶	۰/۰۰*	-
ش.ق.م. (اثاث، لوازم و خدمات مورد استفاده در خانه)	۰/۸۳	۰/۰۸*	-
ش.ق.م. (بهداشت و درمان)	۰/۰۰*	-	-
ش.ق.م. (حمل و نقل)	۰/۰۷*	-	-
ش.ق.م. (ارتباطات)	۰/۰۰*	-	-
ش.ق.م. (تفریح و امور فرهنگی)	۰/۸۹	۰/۰۱*	-
ش.ق.م. (تحصیل)	۰/۰۰*	-	-
ش.ق.م. (رستوران و هتل)	۰/۱۴	۰/۰۳*	-
ش.ق.م. (کالاها و خدمات متفرقه)	۰/۸۹	۰/۰۲*	-

یادداشت. ش.ق.م. به معنی شاخص قیمت مصرف‌کننده است. علامت * در ستون‌های دوم، سوم و چهارم نشان‌دهنده رد فرض صفر در سطح ۱۰ درصد است.

ب. به‌دست‌آوردن سری پیش‌بینی تورم به روش (۱) DCC

در حالت کلی شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی (CPI) عبارت است از میانگین وزنی اجزای ۱۲ گانه تشکیل‌دهنده آن که در رابطه ۱ نمایش داده شده است.

$$CPI_t = \sum_{k=1}^{12} \alpha_k X_k \quad (1)$$

که در آن CPI_t شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی در زمان t ، X_k سطح قیمت مربوط به هریک از اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت و α_k وزن هریک از اجزای شاخص قیمت در محاسبه CPI است. فهرست این وزن‌ها که توسط بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران ارائه شده به قرار جدول ۵ است.

جدول ۵

وزن‌های اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت مصرف‌کننده

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
۲۸/۴۹	۰/۵۲	۶/۲۲	۲/۸۶	۶/۲۶	۵/۵۴
α_7	α_8	α_9	α_{10}	α_{11}	α_{12}
۱۱/۹۷	۱/۶۳	۳/۸	۲/۰۷	۱/۷۲	۳/۱۸

یادداشت. وزن‌ها بر حسب درصد است.

برای به‌دست‌آوردن پیش‌بینی تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی در اختیار داشتن پیش‌بینی شاخص هریک از ۱۲ زیرجزء لازم است. سری‌هایی که $I(0)$ هستند، لگاریتم تعدیل فصلی شده آنها ($\log(\widehat{X}_{kt})$) مدل‌سازی و پیش‌بینی می‌گردد و با استفاده از رابطه ۲ پیش‌بینی ۱، ۲، ۳ و ۴ گام به جلو مربوط به شاخص قیمت این سری‌ها به‌دست می‌آید.

$$\widehat{X}_{kt} = \exp[\log(\widehat{X}_{kt})] \quad (2)$$

برای سری‌هایی که $I(1)$ هستند، تفاضل لگاریتم تعدیل فصلی شده آنها مدل‌سازی و پیش‌بینی می‌گردد. برای به‌دست‌آوردن پیش‌بینی یک گام به جلو مربوط به شاخص قیمت این سری‌ها ابتدا از رابطه ۳ و سپس از رابطه ۲ استفاده می‌شود.^۱

^۱ اندیس i در عبارت $d_i^1(\log(\widehat{X}_{kt}))$ مرتبه انباشتگی سری مورد پیش‌بینی و اندیس z نشان‌دهنده پیش‌بینی z گام به جلوست.

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_1^1(\log(\widehat{X}_{kt})) + \log(X_{kt-1}) \quad (۳)$$

برای به‌دست‌آوردن پیش‌بینی‌های ۲، ۳ و ۴ گام به جلو ابتدا از روابط ۴ تا ۶ و سپس از رابطه ۲ استفاده می‌گردد.

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_1^2(\log(\widehat{X}_{kt})) + d_1^1(\log(\widehat{X}_{kt-1})) + \log(X_{kt-2}) \quad (۴)$$

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_1^3(\log(\widehat{X}_{kt})) + d_1^2(\log(\widehat{X}_{kt-1})) + d_1^1(\log(\widehat{X}_{kt-2})) + \log(X_{kt-3}) \quad (۵)$$

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_1^4(\log(\widehat{X}_{kt})) + d_1^3(\log(\widehat{X}_{kt-1})) + d_1^2(\log(\widehat{X}_{kt-2})) + d_1^1(\log(\widehat{X}_{kt-3})) + \log(X_{kt-4}) \quad (۶)$$

برای پیش‌بینی یک گام به جلو سری پوشاک و کفش که $I(2)$ است، تفاضل مرتبه دوم لگاریتم تعدیل فصلی شده این سری $(d_1^2(\log(\widehat{X}_{kt})))$ مدل‌سازی می‌شود. از رابطه ۷ نتیجه می‌شود.

$$d_1^2(\log(\widehat{X}_{kt})) = (1 - B)^2 \log(\widehat{X}_{kt}) = \log(\widehat{X}_{kt}) - 2 \log(X_{kt-1}) + \log(X_{kt-2}) \quad (۷)$$

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = \left(d_1^2(\log(\widehat{X}_{kt})) \right) + 2 \log(X_{kt-1}) - \log(X_{kt-2}) \quad (۸)$$

که در آن $\log(X_{kt-1})$ لگاریتم تعدیل فصلی شده شاخص قیمت گروه k در زمان $t-1$ و $\log(\widehat{X}_{kt})$ پیش‌بینی یک گام به جلو لگاریتم تعدیل فصلی شده گروه k در زمان t است. B عملگر وقفه^۱ است. بنابراین برای به‌دست‌آوردن پیش‌بینی شاخص تعدیل فصلی شده این سری ابتدا از معادله ۷ و سپس معادله ۲ استفاده می‌شود.

^۱ lag operator

برای به‌دست‌آوردن پیش‌بینی‌های ۲، ۳ و ۴ گام به جلو ابتدا از روابط ۹ تا ۱۱ و سپس از ۲ استفاده می‌شود.

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_{\psi}^1(\log(\widehat{X}_{kt})) + \psi d_{\psi}^1\left(\log(\widehat{X}_{kt-1})\right) + \psi \log(X_{kt-\psi}) - \psi \log(X_{kt-\psi-1}) \quad (9)$$

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_{\psi}^2(\log(\widehat{X}_{kt})) + \psi d_{\psi}^2\left(\log(\widehat{X}_{kt-1})\right) + \psi d_{\psi}^1\left(\log(\widehat{X}_{kt-2})\right) + \psi \log(X_{kt-\psi}) - \psi \log(X_{kt-\psi-2}) \quad (10)$$

$$\log(\widehat{X}_{kt}) = d_{\psi}^3(\log(\widehat{X}_{kt})) + \psi d_{\psi}^3\left(\log(\widehat{X}_{kt-1})\right) + \psi d_{\psi}^2\left(\log(\widehat{X}_{kt-2})\right) + \psi d_{\psi}^1\left(\log(\widehat{X}_{kt-3})\right) + \psi \log(X_{kt-\psi}) - \psi \log(X_{kt-\psi-3}) \quad (11)$$

وقتی پیش‌بینی شاخص قیمت مربوط به همه ۱۲ سری به دست آمد، در رابطه ۱ به جای X_k ، پیش‌بینی ۱ گام به جلو مربوط به هر متغیر را قرار می‌گیرد (یعنی به جای X_{kt} ، پیش‌بینی مربوط به آن، \widehat{X}_{kt} قرار می‌گیرد) و با توجه به وزن‌های α_1 تا α_{12} ، پیش‌بینی یک گام به جلو شاخص کل کالاها و خدمات مصرفی، \widehat{CPI}_t محاسبه می‌شود. سپس از سری \widehat{CPI}_t لگاریتم گرفته و در نهایت با تفاضل‌گیری از آن، سری تورم کل یک گام به جلو را به‌دست می‌آید. مراحل فوق برای پیش‌بینی‌های ۲، ۳ و ۴ گام به جلو سری‌های تورم ۱۲ گروه کالاها و خدمات مصرفی تکرار می‌شود.

ج) به‌دست‌آوردن سری پیش‌بینی تورم به روش (۲) DCC

طبق این روش تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی عبارت است از میانگین وزنی تورم اجزای ۱۲ گانه تشکیل‌دهنده آن که در رابطه ۱۲ نمایش داده شده است.

$$d(\log(CPI_t)) = \sum_{k=1}^{12} \alpha_k d(\log(X_k)) \quad (12)$$

که در آن $d(\log(CPI_t))$ تورم شاخص کل قیمت کالاها و خدمات مصرفی در زمان t ، α_k وزن هریک از اجزای شاخص قیمت در محاسبه CPI و $d(\log(X_k))$ تورم اجزای ۱۲ گانه شاخص قیمت است.

سری‌هایی که $I(0)$ هستند، سطح آنها مدل‌سازی و پیش‌بینی می‌گردد. بنابراین از پیش‌بینی‌ها تفاضل‌گیری کرده و نتیجه را وارد رابطه ۱۲ می‌نماییم. سری‌هایی که $I(1)$ هستند، تفاضل آنها مدل‌سازی و پیش‌بینی می‌گردد بنابراین نتایج پیش‌بینی آنها به‌طور مستقیم وارد رابطه ۱۲ می‌شود. سری پوشاک و کفش که $I(2)$ است، تفاضل مرتبه دوم آن مدل‌سازی می‌گردد. بنابراین لازم است با به‌کارگیری رابطه ۳، پیش‌بینی مربوط به تفاضل مرتبه اول آن محاسبه شده و وارد رابطه ۱۲ گردد.